

پیش بینی تاثیر بارهای دینامیکی با سرعت کم در صفحات لایه‌ای

کامپوزیتی و مقایسه نتایج تئوری با تجربی

مجتبی صدیقیⁱ، علیرضا داودی‌نیکⁱⁱ

چکیده

بارهای دینامیکی در محدوده‌های انرژی کم (سرعت کم) به دو گونه تقسیم می‌شوند. در نوع اول، جرم ضربه‌زننده بیشتر و سرعت آن کمتر (سقوط وزنه)¹ و در نوع دوم، سرعت ضربه‌زننده بیشتر از نوع اول و جرم آن کمتر است (برخورد قطعات ریز با سازه)². از آنجا که یکی از مدهای مهم شکست در کامپوزیت های لایه‌ای تحت اثر بار ضربه‌ای با سرعت کم، جدایی بین لایه‌ای³ است، با پیش بینی این پدیده می‌توان از لحاظ نظری، تاثیر مخرب دو نوع بار دینامیکی مذکور را مقایسه کرد. در این مقاله ساختار ورق، ارتوتروپیک بوده و اثر برش عرضی در بررسی رفتار آن لحاظ شده است. بارگذاری می‌تواند به صورت پالس و یا ضربه‌ای باشد و شکل سطح زیر بار اختیاری است. با مدل کردن نیروی حاصل از ضربه، رفتار ورق تحت بار ضربه‌ای بررسی شده و از این طریق نیروی برشی عرضی (و یا تنش برشی بین لایه‌ای) محاسبه شده و به دست می‌آید. با استفاده از معیار ماکزیمم نیروی برشی عرضی پیش بینی مساحتی از صفحه که جدایی بین لایه‌ای در آن رخ میدهد امکان داشته و بر مبنای مقدار ثابت آن صورت می‌گیرد. در انتها، نتایج تئوری به دست آمده برای هر دو نوع بارگذاری دینامیکی، با نتایج آزمایش های انجام شده، مقایسه شده است.

کلمات کلیدی

صفحات لایه‌ای، مواد مرکب، بار ضربه‌ای با سرعت کم، جدایی بین لایه‌ای.

Prediction of Low-Velocity Impact Damage in Laminated Composite

M. Sadighi, A.R. Davoodinik

ABSTRACT

This paper describes a strategy for predicting the extent of internal damage in a laminated composite structure, when subjected to low velocity impact. The success of the predictions is validated by experiments. Delamination as a result of low-velocity impact loading is a major cause of failure in fiber-reinforced composites. The delamination size was obtained when the transverse shear force rate reached interlaminar fracture toughness. Post-impact examination of damage is carried out by visual inspection. The impact loading is treated as an equivalent static loading by assuming the impactor to be semi-spherical and the contact to obey Hertzian law.

An analytic solution which includes both transverse shear and contact deformation is presented. A First shear deformation theory is employed and solutions for the loads, displacements and strains are obtained using Fourier series expansions. Subsequently, the Tresca criterion is used to detect the zones of failure. It is demonstrated that for given specimens lay-up the materials subjected to impact load with low range of energy suffer damage according to the magnitude of the both impactor mass and velocity.

KEYWORDS

Composite laminated plate – low velocity impact load – delamination.

ⁱ استادیار دانشکده مهندسی مکانیک - دانشگاه صنعتی امیرکبیر: Mojtaba@cic.aut.ac.ir

ⁱⁱ کارشناس ارشد مکانیک، عضو هیأت علمی دانشگاه هوایی شهید ستاری: davoodinik@modares.ac.ir

امواج^۱ خواهد بود. در حالت اول، مدت زمان تماس بسیار بیشتر از مدت زمان رفت و برگشت امواج کرنشی تا مرزهای صفحه هدف است که می‌توان آن را شبه استاتیکی در نظر گرفت؛ ولی در حالت دوم، که مدت زمان تماس بسیار کمتر است، تاثیر مودهای ارتعاشی مرتبه بالا را نمی‌توان نادیده گرفت.

به هر حال، در تخمین رفتار ضربه با سرعت کم روی صفحات چندلایه‌ای کامپوزیتی می‌توان به طور همزمان رفتار ضربه‌ای متأثر از شرایط مرزی، که در آن تغییر شکل کل صفحه لحاظ می‌شود، و رفتار ضربه‌ای متأثر از چگونگی انتشار امواج را، که تنها تغییر شکل در منطقه کوچک محل برخورد بررسی می‌شود، در نظر گرفت [۱۲].

در طی تماس ضربه‌زننده با صفحه هدف، پدیده‌های متعددی در راستای جذب انرژی در منطقه برخورد پیش خواهد آمد که هر یک اثرات خاص خود را دارند [۱۲]. تغییر فرم پلاستیک، شکست، تغییر فرم ارتجاعی و اصطکاک از آن جمله‌اند که می‌توان از روش‌های گوناگون تجربی و یا با قوانین موجود در بارگذاری و باربرداری ضربه‌ای اثرات آنها را تعیین کرد [۱۱].

در این مقاله از مساحت جدایی بین‌لایه‌ای به عنوان معیاری برای مقایسه و ارزیابی قدرت تخریب دودیده مذکور نسبت به یکدیگر استفاده می‌شود. شرایط تکیه گاهی بر صفحات از نوع ساده بوده و بار دینامیکی بر یک سطح تماس کوچک توزیع شده است که اندازه سطح مرتبه‌ای از مساحت سطح مقطع با دماغه نیم کروی شکل انتخاب می‌شود. با این روش، بیشترین بخش از توزیع نیروی برشی عرضی محدود به سطح تماس بوده و جدایی بین‌لایه‌ای در هدف وقتی رخ می‌دهد که نیروی برشی عرضی از یک مقدار مبنا بیشتر شود. مساحت جدایی بین‌لایه‌ای در لایه چینی‌های مختلف محاسبه و اندازه‌گیری شده و سپس به ارزیابی نتایج حاصل از آزمایش (سقوط آزاد وزنه) پرداخته شده است.

۲- تئوری

میدان تغییر مکان، که شامل تاثیرات برشی عرضی است، با استفاده از نظریه تغییر شکل برشی عرضی مرتبه اول (First Shear Deformation Theory) عبارت است از [۲]:

$$\begin{aligned} u &= u_0(x, y, t) + z\Psi_x(x, y, t) \\ v &= v_0(x, y, t) + z\Psi_y(x, y, t) \\ w &= w_0(x, y, t) \end{aligned} \quad (1)$$

که در آنها u_0, v_0, w تغییر مکان‌های سطح میانی در

مقاومت در مقابل بارهای ضربه‌ای یکی از چالش‌های کاربرد مواد مرکب محسوب می‌شود. با کاربرد روزافزون مواد مرکب در دو دهه اخیر، تحقیقات گسترده‌ای در بهبود مقاومت در برابر ضربه آنها، به خصوص در مقابل بارهای ضربه‌ای با سرعت کم، که خرابی‌های مشهود اتفاق نمی‌افتد، صورت گرفته است. از آنجا که یکی از مدهای مهم شکست در کامپوزیت‌های لایه‌ای تحت اثر بار ضربه‌ای با سرعت کم جدایی بین لایه‌ای است، پیش بینی این پدیده، که نیازمند اطلاعاتی در جزئیات تنش‌های برشی عرضی است، طراحی مناسب و مطمئن را در بخش سازه فراهم می‌کند.

هنگامی که یک صفحه چندلایه‌ای^۲ تحت بارهای ضربه‌ای مشابه با سرعت نسبتاً کم و انرژی برخورد ثابت قرار گیرد، احتمال وقوع یکی از دو نوع پدیده «سقوط وزنه» (جرم ضربه‌زننده زیاد و سرعت برخورد کم) و یا «برخورد قطعات ریز با سازه» (جرم ضربه‌زننده کمتر از نوع اول و سرعت برخورد آن بیشتر) وجود خواهد داشت.

در سازه‌های فلزی، که انرژی ناشی از ضربه، با تغییر شکل پلاستیک جذب می‌شود، معمولاً هیچگونه آسیب عمده‌ای به قابلیت‌های ساختاری آنها وارد نمی‌شود، اما در سازه‌های کامپوزیتی، جذب انرژی ضربه بوسیله ترکیبی از مدهای شکست (شکست در زمینه، جدایی بین لایه‌ای و شکست الیاف) صورت می‌گیرد که موجب کاهش شدید استحکام و تغییر رفتار ساختاری آنها خواهد شد.

به طور کلی مطالعه پدیده ضربه روی مواد مرکب آسان نیست. چرا که عوامل مختلفی از قبیل: جرم و سرعت ضربه‌زننده، شکل هندسی صفحه هدف، ترتیب لایه چینی در صفحه هدف و نوع آسیب وارده در آن سهم هستند. که برای ساده نمودن آن، مدل‌های عددی و یا تحلیلی متعددی ارائه شده است [۷]، [۸]، [۱۴].

هر چند با توجه به محدوده سرعت ضربه‌زننده می‌توان پدیده ضربه کم انرژی را به دو دسته ضربه کم سرعت (با جرم زیاد) و ضربه با سرعت بالا (با جرم کم) تقسیم کرد؛ اما در تقسیم‌بندی دقیق‌تر باید عوامل دیگری از جمله هندسه و خصوصیات ساختاری صفحات چندلایه‌ای را نیز در چگونگی رفتار ضربه‌زننده و صفحه هدف دخیل دانست [۶] به طوری که وقتی تغییر شکل کل صفحه در نظر گرفته شود، رفتار ضربه‌ای آن متأثر از شرایط مرزی^۳ است و هنگامی که تغییر شکل در منطقه کوچک محل برخورد ضربه‌زننده با صفحه هدف در نظر گرفته می‌شود، رفتار ضربه‌ای هدف متأثر از چگونگی انتشار

$$\begin{aligned}\Psi_x &= A_{mn} \cos(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b) \\ \Psi_y &= B_{mn} \sin(m\pi x/a) \cos(n\pi y/b) \\ W &= C_{mn} \sin(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b)\end{aligned}\quad (7)$$

با جایگذاری (۶) در (۷) داریم:

$$\begin{aligned}D_{11}\Psi_{x,xxmn} + D_{66}\Psi_{x,yy mn} + (D_{12} + D_{66})\Psi_{x,xy mn} \\ - kA_{55}(\Psi_{x,mm} + W_{,xmn}) = -\omega_{mn}^2 I \Psi_{x,mm} \\ D_{22}\Psi_{y,yy mn} + D_{66}\Psi_{y,xx mn} + (D_{12} + D_{66})\Psi_{y,xy mn} \\ - kA_{44}(\Psi_{y,nn} + W_{,ymn}) = -\omega_{mn}^2 I \Psi_{y,nn} \\ kA_{55}\Psi_{x,xxmn} + kA_{44}\Psi_{y,yy mn} + (kA_{55} + N_x^0)W_{,xxmn} + \\ (kA_{44} + N_y^0)W_{,yy mn} + KW_{,mn} = -\omega_{mn}^2 P W_{,mn}\end{aligned}\quad (8)$$

با جایگذاری (۷) در معادلات فوق، می‌توان آنها را بر حسب فرکانس‌های طبیعی حل کرد و به شکل یک دستگاه معادله نمایش داد:

$$\begin{bmatrix} L'_{11} & L'_{12} & L'_{13} \\ L'_{12} & L'_{22} & L'_{23} \\ L'_{13} & L'_{23} & L'_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A'_{mn} \\ B'_{mn} \\ C'_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\quad (9)$$

که در این معادله، مقادیر L'_{ij} عبارتند از:

$$\begin{aligned}L_{11} &= D_{11}(m\pi/a)^2 + D_{66}(n\pi/b)^2 + kA_{55} \\ L_{12} &= (D_{12} + D_{66})(m\pi/a)(n\pi/b) \\ L_{13} &= kA_{55}(m\pi/a) \\ L_{22} &= D_{66}(m\pi/a)^2 + D_{22}(n\pi/b)^2 + kA_{44} \\ L_{23} &= kA_{44}(n\pi/b)^2 \\ L_{33} &= (kA_{55} + N_x^0)(m\pi/a)^2 + (kA_{44} + N_y^0)(n\pi/b)^2 + K \\ L'_{11} &= L_{11} - \omega_{mn}^2 I, L'_{22} = L_{22} - \omega_{mn}^2 I, L'_{33} = L_{33} - \omega_{mn}^2 P\end{aligned}\quad (10)$$

اعضای ماتریس بردار ویژه می‌باشند که این اعضا اگر بر حسب C'_{mn} نرمالیزه شوند، عبارتند از [۳]:

$$\begin{aligned}A'_{mn} &= \frac{L_{12}L_{23} - L_{22}L_{13}}{L_{11}L_{22} - L_{12}^2} C'_{mn}, \\ B'_{mn} &= \frac{L_{12}L_{13} - L_{11}L_{23}}{L_{11}L_{22} - L_{12}^2} C'_{mn}\end{aligned}\quad (11)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود برای هر جفت n, m سه مقدار ویژه وجود دارد، اگر از ترم اینرسی چرخشی صرف نظر شود، آنگاه برای هر n, m تنها یک مقدار ویژه حاصل می‌شود که بیانگر فرکانس طبیعی صفحه هدف خواهد بود:

$$\begin{aligned}\omega_{mn}^2 &= (QL_{33} + 2L_{12}L_{23}L_{13} - L_{22}L_{13}^2 - L_{11}L_{23}^2)/(PQ), \\ Q &= L_{11}L_{22} - L_{12}^2\end{aligned}\quad (12)$$

اکنون با در نظر گرفتن شرط ارتوگونالیته برای مدهای

جهت x, y, z و Ψ_x, Ψ_y چرخش‌های برشی در جهات x, y است. با در نظر گرفتن شرایط ساختاری ارتوتروپیک خاص برای صفحه تحت ضربه، که مقادیر مؤلفه‌های ماتریس کوپلینگ کشش (A_{ij}) ، خمش (D_{ij}) ، و کشش - خمش (B_{ij}) رامشخص می‌کند، معادلات حرکت عبارتند از:

$$\begin{aligned}D_{11}\Psi_{x,xx} + D_{66}\Psi_{x,yy} + (D_{12} + D_{66})\Psi_{x,xy} \\ - kA_{55}\Psi_x - kA_{55}W_{,x} + m_x = I\ddot{\Psi}_x \\ (D_{12} + D_{66})\Psi_{x,xy} + D_{66}\Psi_{y,xx} + D_{22}\Psi_{y,yy} \\ - kA_{44}\Psi_y - kA_{44}W_{,y} + m_y = I\ddot{\Psi}_y \\ kA_{55}\Psi_{x,x} + kA_{55} + N_x^0 W_{,xx} + kA_{44}\Psi_{x,y} \\ + (kA_{44} + N_y^0)W_{,yy} + P_z + KW = P\ddot{W}\end{aligned}\quad (2)$$

در این معادله K و k به ترتیب، سفتی فوندانسیون و ضریب اصلاح برشی میندالین است. N_x^0, N_y^0 ، تنش‌های اولیه یکنواخت، برابر صفر در نظر گرفته شده‌اند و پارامترهای m_x, m_y, p_z به وسیله سان و ویتنی داده شده است [۵]. سختی‌ها و اینرسی‌ها به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned}(A_{ij}, D_{ij}) &= \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}(1, z^2) dz; \quad i, j = 1, 2, 6 \\ A_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} C_{ij} dz; \quad i, j = 4, 5 \\ (P, I) &= \int_{-h/2}^{h/2} \rho(1, Z^2) dz, \quad k = \frac{\pi^2}{12}\end{aligned}\quad (3)$$

که Q_{ij} سفتی‌های کاهش یافته در صفحه در حالت تنش صفحه‌ای و C_{ij} سفتی برشی عمودی در آن عبارتند از:

$$\begin{bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{44} & C_{45} \\ C_{45} & C_{55} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix}\quad (4)$$

۲-۱- حل معادلات حرکت

با فرض شرایط تکیه‌گاه ساده برای صفحه هدف مستطیل شکل با ابعاد a و b خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}W = \Psi_{x,x} = 0, \text{ at } x = 0, a \\ W = \Psi_{y,y} = 0, \text{ at } y = 0, b\end{aligned}\quad (5)$$

فرکانس‌های طبیعی صفحه با استفاده از تغییر مکانهای فرضی قابل محاسبه است:

$$\Psi_x = \Psi_x e^{i\omega t}, \Psi_y = \Psi_y e^{i\omega t}, W = W e^{i\omega t}\quad (6)$$

که در آنها Ψ_x, Ψ_y, W عبارتند از:

اصلی [۵]، حل معادلات حرکت با تفکیک آنها به جواب های مستقل بر حسب زمان و موقعیت به شکل زیر بیان می شود:

$$\begin{aligned} w(x, y, t) &= \sum_m \sum_n W_{mn}(x, y) T_{mn}(t) \\ \psi_x(x, y, t) &= \sum_m \sum_n \Psi_{xmn}(x, y) T_{mn}(t) \\ \psi_y(x, y, t) &= \sum_m \sum_n \Psi_{ymn}(x, y) T_{mn}(t) \end{aligned} \quad (13)$$

در معادله بالا $T_{mn}(t)$ مختصات عمومی وابسته به زمان است و با جایگذاری (۱۳) در (۲) داریم:

$$\begin{aligned} -\sum_m \sum_n \omega_{mn}^2 W_{mn} T_{mn} + \frac{P_z}{P} &= \sum_m \sum_n W_{mn} \ddot{T}_{mn} \\ -\sum_m \sum_n \omega_{mn}^2 \Psi_{xmn} T_{mn} + \frac{m_x}{I} &= \sum_m \sum_n \Psi_{xmn} \ddot{T}_{mn} \\ -\sum_m \sum_n \omega_{mn}^2 \Psi_{ymn} T_{mn} + \frac{m_y}{I} &= \sum_m \sum_n \Psi_{ymn} \ddot{T}_{mn} \end{aligned} \quad (14)$$

بارهای توزیع شده m_x, m_y, p_z را می توان بر حسب ترم های تعمیم یافته $Q_{mn}(t)$ بسط داد:

$$\begin{aligned} \frac{P_z}{P} &= \sum_m \sum_n W_{mn}(x, y) Q_{mn}(t) \\ \frac{m_x}{I} &= \sum_m \sum_n \Psi_{xmn}(x, y) Q_{mn}(t) \\ \frac{m_y}{I} &= \sum_m \sum_n \Psi_{ymn}(x, y) Q_{mn}(t) \end{aligned} \quad (15)$$

$Q_{mn}(t)$ را می توان با ضرب اولین معادله در PW و دومین معادله در Ψ_x و سومین معادله در Ψ_y حل کرد که از انتگرال گیری مجموع سه معادله مذکور روی مساحت صفحه داریم [۳]:

$$Q_{mn}(t) = \frac{\int_0^a \int_0^b (m_x \Psi_{xmn} + m_y \Psi_{ymn} + p_z W_{mn}) dx dy}{\int_0^a \int_0^b (\Psi_{xmn}^2 I + \Psi_{ymn}^2 I + W_{mn}^2 P) dx dy} \quad (16)$$

با گذاشتن معادلات فوق در (۱۴) داریم:

$$\ddot{T}_{mn}(t) + \omega_{mn}^2 T_{mn}(t) = Q_{mn}(t) \quad (17)$$

در شرایط سرعت اولیه و تغییر مکان صفر صفحه، حل معادله فوق به صورت زیر است:

$$T_{mn}(t) = \frac{1}{\omega_{mn}} \int_0^t Q_{mn}(\tau) \sin \omega_{mn}(t - \tau) d\tau \quad (18)$$

مقادیر Ψ_x, Ψ_y, W را می توان با جایگذاری معادلات (۴)، (۱۲)، (۱۴) و (۱۷) در (۱۳) به دست آورد. در حالتی که

$m_x = m_y = I = 0$ باشد، نیروی تعمیم یافته به صورت ساده تر زیر قابل بیان است:

$$Q_{mn}(t) = \frac{4}{Pab C'_{mn}} \times \int_0^a \int_0^b p_z(x, y) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dx dy \quad (19)$$

در آخر مقادیر تغییر شکل های یک صفحه تحت بار عمودی دینامیکی عبارت است از:

$$\begin{aligned} w(x, y, t) &= \frac{1}{P} \sum_m \sum_n \left(\frac{q_{mn}}{\omega_{mn}} \right) \times \\ &\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \int_0^t F(\tau) \sin \omega_{mn}(t - \tau) d\tau \\ \Psi_x(x, y, t) &= \frac{1}{P} \sum_m \sum_n \left(\frac{L_{12}L_{23} - L_{22}L_{13}}{L_{11}L_{22} - L_{12}^2} \right) \left(\frac{q_{mn}}{\omega_{mn}} \right) \times \\ &\cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \int_0^t F(\tau) \sin \omega_{mn}(t - \tau) d\tau \\ \Psi_y(x, y, t) &= \frac{1}{P} \sum_m \sum_n \left(\frac{L_{12}L_{13} - L_{11}L_{23}}{L_{11}L_{22} - L_{12}^2} \right) \left(\frac{q_{mn}}{\omega_{mn}} \right) \times \\ &\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \int_0^t F(\tau) \sin \omega_{mn}(t - \tau) d\tau \end{aligned} \quad (20)$$

بنابراین، کرنش ها و نیروهای برشی عمودی و تنش های برشی بین لایه ای در هر نقطه از ورق قابل محاسبه است. از این میان، نیروهای برشی عمودی عبارتند از [۳]:

$$\begin{aligned} Q_x &= kA_{55} \left(\frac{dw}{dx} + \Psi_x \right) \\ Q_y &= kA_{44} \left(\frac{dw}{dy} + \Psi_y \right) \end{aligned} \quad (21)$$

شکل زیر سطح بار با انتخاب مناسب q_{mn} قابل تغییر است؛ مثلاً برای یک مستطیل، جمله مذکور از تابع زیر به دست می آید:

$$q_{mn} = \frac{16 p_z}{\pi^2 uv mn} \times \sin\left(\frac{m\pi \xi}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi \eta}{b}\right) \sin\left(\frac{m\pi u}{2a}\right) \sin\left(\frac{m\pi v}{2b}\right) \quad (22)$$

۲-۲- بار دینامیکی

انتگرال کانولوشن ظاهر شده در (۲۰) برای توابع مختلف نیرویی نظیر پالس های پله ای، سینوسی، مثلثی، پله ای مثلثی و یا

نمایی قابل حل است. به عنوان مثال برای یک پالس پله‌ای داریم:

$$\begin{aligned} F(t) &= F_0; & 0 \leq t \leq t_1 \\ F(t) &= 0; & t \geq t_1 \\ \int_0^t F(\tau) \sin \omega_{mn} (t - \tau) d\tau &= \\ \int_0^t \frac{F_0}{\omega_{mn}} (1 - \cos \omega_{mn} t); & 0 \leq t \leq t_1 \\ \int_0^t F(\tau) \sin \omega_{mn} (t - \tau) d\tau &= \\ \int_0^t \frac{F_0}{\omega_{mn}} [\cos \omega_{mn} (t - t_1) - \cos \omega_{mn} t]; & t \geq t_1 \end{aligned} \quad (23)$$

اکنون با استفاده از پاسخ گذرای داده شده در (۲۰) و محاسبه نیروی ضربه از کاهش شتاب وزنه می‌توان پاسخ یک ورق مستطیل شکل در برابر بارضربه‌ای را به دست آورد. محاسبه انتگرال اصلی حرکت در این حالت به طریقه‌ای که میندلین [۱۰] ارائه کرده است، انجام می‌شود. از (۲۴) نیز که بیانگر ارتباط بین مقدار نفوذ الاستیک α و نیروی تماسی F است (رابطه هرتز) به عنوان یک رابطه اصلی استفاده می‌شود:

$$F = K_0 \alpha^{n_0} \quad (24)$$

که در آن K_0 برای رفتار الاستیک برابر است با:

$$K_0 = \frac{4\sqrt{r_i}}{3\pi(\delta_1 + \delta_2)} \quad (25)$$

r_i شعاع ضربه‌زننده و δ_i ها؛ که توابعی از ضریب پواسون و مدول الاستیسیته هستند، عبارتند از:

$$\delta_i = \frac{(1 - \nu_i^2)}{E_i \pi} \quad (26)$$

و توان n_0 بیانگر چگونگی تغییرات α با F است. در مقاله حاضر، مقادیر n_0 و K_0 براساس آزمایش های شبه-استاتیکی انجام شده و با توجه به محدوده نیروهای ضربه‌ای وارده بر روی نمونه‌های موجود به دست آمده‌اند [۲]. با توجه به شکل (۱) برای مقدار نفوذ α خواهیم داشت:

$$\alpha = w_0 - w\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}, t\right) \quad (27)$$

از طرفی، کاهش در سرعت وزنه در فاصله زمانی $d\tau$ برابر با $\left\{ \frac{F(\tau)}{m} \right\} (t - \tau) d\tau$ خواهد بود؛ بنابراین، تغییر مکان جرم ضربه‌زننده (m) برابر خواهد بود با [۲]:

$$w_0 = v_0 t - \left(\frac{1}{m} \right) \int_0^t F(\tau) (t - \tau) d\tau \quad (28)$$

که در آن v_0 سرعت اولیه وزنه است. با جایگذاری (۲۸) در (۲۷) و با استفاده از رابطه هرتز، رابطه انتگرالی غیرخطی برای

یک ورق تحت بارضربه‌ای به شکل زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} (F / K_0)^{1/n_0} &= \\ v_0 t - \left(\frac{1}{m} \right) \int_0^t F(\tau) (t - \tau) d\tau - w_0(c) & \quad (29) \end{aligned}$$

اگر از ارتعاشات وزنه با توجه به نتایج حاصله بوسیله ریلی، صرف نظر شود، با روش ارائه شده بوسیله تیموشنکو [۷]، رابطه (۲۹) با روش پله‌ای قابل حل است [۲]. در انتها، با جایگذاری مقدار به دست آمده برای F در (۲۰)، مقدار تغییر مکان ها و چرخش ها و سپس در (۲۱)، مقدار نیروی برشی عرضی قابل محاسبه خواهند بود.

۲-۳- صفحات هدف

صفحات انتخابی با تکیه‌گاه ساده، از لایه‌بندی‌های مختلف با الیاف شیشه در زمینه پلی‌استر تشکیل شده که ابعاد آنها $200 \times 200 \times 3.45$ (mm) است. خواص مکانیکی صفحات چندلایه‌ای مذکور؛ که از آزمایش هایی مطابق با استانداردهای ASTM بر روی نمونه‌هایی با ساختار و جنسی مشابه با صفحات هدف به دست آمده‌اند [۱]، در جدول (۱) نشان داده شده است که در آنها [WR300] بیانگر صفحه لایه‌ای با ساختاری متشکل از ۹ لایه پارچه با الیاف شیشه‌ای در تار و پود آن 8 (WR) با وزن 300 (gr/m^2) در زمینه پلی‌استر است و 5 [WR600] بیانگر صفحه لایه‌ای با ساختاری متشکل از ۵ لایه پارچه با الیاف شیشه‌ای در تار و پود آن با وزن 600 (gr/m^2) در زمینه پلی‌استر است و 3 [CSM300/WR600] بیانگر صفحه لایه‌ای با ساختاری متشکل از ۶ لایه که به صورت یک در میان از لایه‌های پارچه با الیاف شیشه‌ای شکسته 9 (CSM) با وزن 300 (gr/m^2)، پارچه با الیاف شیشه در تار و پود آن با وزن 600 (gr/m^2) در زمینه پلی‌استر است.

نمادهای E_{22} و E_{11} به ترتیب مدول ارتجاعی صفحات هدف در راستای الیاف و عمود بر الیاف، G_{12} و G_{13} (G₂₃) مدول‌های برشی، ν_{12} نسبت پواسون و ρ بیانگر جرم حجمی صفحه هدف است.

خواص وزنه؛ که دماغه آن نیم کره‌ای با قطرهای 10 (mm) و 20 (mm) است، عبارتند از:

$$E = 204 \times 10^3 \text{ (N/mm}^2\text{)} \text{ و } \rho = 7.8 \times 10^3 \text{ (kg/m}^3\text{)} \text{ و } \nu = 0.3$$

۲-۴- حالت های بارگذاری

در جدول (۲) حالت‌های مختلف بارگذاری ضربه‌ای بر حسب جرم ضربه‌زننده، سرعت ضربه‌زننده و قطر دماغه نیم کره‌ای شکل آن و نیز انرژی ضربه معرفی شده است. به طوری

که در حالت‌های اول و سوم انرژی ضربه، یکسان و جرم ضربه‌زننده و سرعت آن نیز برای هر دو حالت، مشابه است؛ در صورتی که قطر دماغه ضربه‌زننده متفاوت است. همچنین در حالت‌های دوم و چهارم، همانندی در انرژی ضربه، جرم و سرعت ضربه‌زننده برای هر دو حالت، برقرار و تنها قطر دماغه ضربه‌زننده متفاوت است؛ ضمن این که میزان انرژی ضربه برای تمامی حالت‌های اول تا چهارم یکسان انتخاب شده است.

۳- نتیجه گیری

۳-۱- نتایج تئوری

شکل (۲) - شکل (۵) تغییرات نیروی برشی عرضی در طول نصف ورق برای نقاط واقع در $y=100(\text{mm})$ را به ترتیب برای حالات ۱، ۲، ۳ و ۴ از بارگذاری را؛ که در

جدول (۲) معرفی شده‌اند، برای نتایج آزمایش ضربه روی صفحه هدف با ساختار نمونه ۱، نشان می‌دهند. نتایجی که برای دو ساختار نمونه‌های ۲ و ۳ از جدول (۱) به دست آمده است نیز در این مبحث قابل بررسی است [۱]. همان گونه که در شکل‌ها نشان داده شده است، خط افقی که متناسب با مقاومت برشی بین‌لایه‌ای ورق انتخاب می‌شود (داده شده از طریق تجربی) [۴]، در نقطه‌ای نمودار نیروی برشی بین‌لایه‌ای را قطع کرده است و با فرض اینکه جدایی بین‌لایه‌ای در منطقه‌ای اتفاق می‌افتد که مقاومت برشی بین‌لایه‌ای در آن منطقه، بزرگ تر از حد تحمل برشی بین‌لایه‌ای ورق باشد، آنگاه منطقه‌ای که این پدیده در آن رخ می‌دهد با فرض مستطیل شکل بودن آن قابل اندازه گیری است [۱].

۳-۲- نتایج تجربی

نحوه انجام آزمایش‌ها مطابق با استاندارد ASTM-F736 و با استفاده از روش‌ها نمودن وزنه از ارتفاع‌های مختلف است که با توجه به مقدار انرژی مورد نیاز ضربه و جرم ضربه‌زننده تعیین می‌شود. که در آن صفحات مستطیلی شکل هدف، بر روی یک پایه کاملاً صلب با شرایط مرزی ساده، محکم شده و ضربه‌زننده در راستای عمود بر آن رها می‌شود. از آزمایش‌هایی که در مقدار انرژی یکسان و در حالت‌های

جدول (۲) برای سه نمونه جدول (۱) انجام شده است [۱] نیز می‌توان به بررسی جدایی بین‌لایه‌ای پرداخته و از آنجا مقادیر به دست آمده را با یکدیگر و نیز با مقادیر تئوری مقایسه کرد.

جنس ساختار صفحات هدف به گونه‌ای است که در اثر برخورد ضربه‌زننده به آنها، منطقه برخورد، کدرتر از بقیه قسمت‌ها خواهد شد [۱]. اگر کدر شدن ناحیه تحت ضربه قرارگرفته (مرکز صفحه) را به عنوان ناحیه مورد نظر در جدایی بین لایه‌ها بدانیم، آنگاه با اندازه گیری تقریبی آن بر روی نمونه‌های آزمایش شده، امکان مقایسه نتایج در بارگذاری‌های مختلف برای ساختارهای موجود فراهم می‌شود. شکل (۶) و شکل (۷) تصاویری از نمونه ۱ در جدول (۱) هستند که تحت بارگذاری ضربه‌ای در شرایط بارگذاری ۱ و ۲ از جدول (۲) قرارگرفته‌اند و ناحیه صدمه دیده مرکز صفحه به کمک روش تاباندن نور از پشت صفحه (Back Strong Light) قابل رویت است و می‌توان آن را اندازه گرفت [۱]. برای جنس‌های دیگری از ساختارهای مواد مرکب، که در آنها کدر شدن ناحیه تحت ضربه از وضوح کافی برای استفاده از روش تاباندن نور برخوردار نیست، از روش‌های دیگری نظیر C - Scan و X - Ray برای تعیین منطقه صدمه دیده استفاده می‌شود [۷]. در مورد نمونه‌های ۲ و ۳ که در جدول (۱) آمده‌اند نیز می‌توان نتایج تجربی به دست آمده را مورد ارزیابی قرار داد [۱].

۳-۳- بحث در مورد نتایج

به طور کلی، در مواد مرکب چندلایه‌ای، خسارت ناشی از ضربه کم سرعت با توجه به میزان انرژی ضربه، ترکیبی از ایجاد شکست در زمینه، جدایش بین‌لایه‌ای و شکست الیاف است. به طوری که ایجاد شکست در زمینه، در انرژی‌های پایین تر و شکست الیاف در انرژی‌های بالاتر اتفاق می‌افتد. از طرفی، جنس صفحات هدف در جدول (۱) که شامل الیاف شیشه با زمینه پلی استر می‌باشد، به گونه‌ای است؛ که بر خلاف برخی جنس‌های دیگر از مواد مرکب (به عنوان مثال الیاف گرافیتی در زمینه 'peek' از مقاومت خوبی در مقابل جدایی بین لایه‌ای برخوردار نیستند [۴]. از آنجایی که میزان انرژی ضربه در حالت‌های بارگذاری در

جدول (۲) نسبتاً کم است، با توجه به جنس صفحات هدف به بررسی و تخمین مساحت جدایی بین‌لایه‌ای ناشی از ضربه پرداخته شده است.

اکنون اگر معیار سنجش برای قدرت تخریب را مساحت ناحیه‌ای فرض کنیم که در آن، جدایش بین‌لایه‌ای رخ داده است، می‌توان با توجه به نتایج به دست آمده از آزمایش و نیز نتایج تئوری، میزان تاثیر تغییرات جرم و سرعت ضربه‌زننده را به طوری که انرژی برخورد آن ثابت بماند، بررسی کرد. همان گونه که از مندرجات جدول (۲) مشهود است، نتایج تئوری از

جدول (۱): معرفی ساختار و خصوصیات مکانیکی نمونه های آزمایش شده

No.	Construction	E_{11} (GPa)	E_{11} (GPa)	G_{12} (GPa)	$G_{13} \equiv G_{23}$ (GPa)	ν_{12}	ρ (Kg/m ³)
1	[WR300] ₉	16.13	15.63	3.6	1.62	0.14	1653
2	[WR600] ₅	16.93	15.06	3.6	1.62	0.16	1527.3
3	[CSM300/WR600] ₃	11.33	10.93		1.59	0.32	3.53

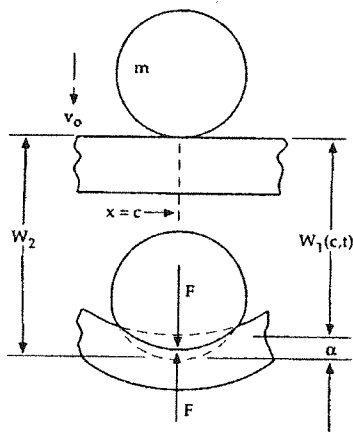
جدول (۲): معرفی وضعیت بارهای دینامیکی براساس مقادیر جرم، سرعت و قطر ضربه زننده

Loading Condition	Impactor Mass(kg)	Impactor Velocity(m/s)	Impactor Diam.(mm)	Impactor Energy(J)
1	2.5	4	10	20
2	6.25	2.53	10	20
3	2.5	4	20	20
4	6.25	2.53	20	20

۳-۴- نتیجه کاربردی

به عنوان یک نتیجه کاربردی می توان گفت که در سطح انرژی یکسان برای بارهای دینامیکی با انرژی کم (سرعت نسبی کم)، پدیده سقوط وزنه (سرعت کمتر و جرم بیشتر) در مقایسه با پدیده برخورد نرات ریز با سازه (سرعت بیشتر و جرم کمتر) ناحیه خرابی بزرگ تری از نوع جدایش بین لایه ای ایجاد می کند.

به عبارت دیگر در ضربه هایی با انرژی های نسبتاً پایین، قدرت تخریب ضربه زننده های با جرم زیاد و سرعت ضربه ای کم، بیشتر از ضربه زننده های با جرم کم و سرعت ضربه ای بالا است.



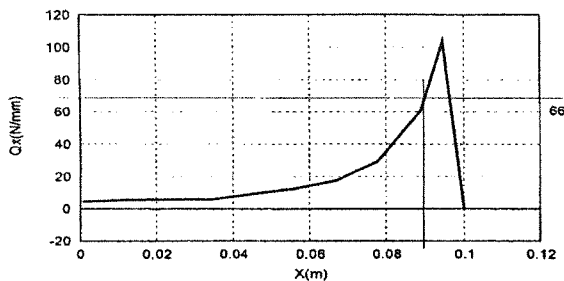
شکل (۱): رفتار ورق تحت بار دینامیکی مرکزی

ازسوی دیگر، نتایج ناشی از شرایط مختلف بارگذاری ضربه ای در حالت ثنوری و تجربی بیانگر آن است که با افزایش جرم ضربه زننده و کاهش سرعت آن (به طوری که مقدار انرژی ضربه ثابت بماند)، میزان جدایی بین لایه ای ایجاد شده در ساختار ورق، افزایش یافته است [۱]. به طوری که وقتی ضربه زننده ای با دماغه نیم کروی شکل به قطر 10(mm) و جرمی برابر 2.5(Kg) با سرعت 4(m/sec) به ورق با ساختار و [WR300] و با شرایط مرزی ساده برخورد کند، مقدار تجربی مساحت جدایی بین لایه ای در آن 327(mm²) خواهد بود. در صورتی که اگر در آزمایش، جرم ضربه زننده ۲.۵ برابر و سرعت آن تقریباً ۰.۶۲۵ برابر شود، مقدار تجربی مساحت جدایی بین لایه ای ایجاد شده در هدف، نسبت به حالت قبل بزرگ تر و برابر 489(mm²) خواهد بود. برای قطر بزرگ تری از ضربه زننده نیم کروی شکل نیز نتایجی با روند مشابه به دست آمده است. به طوری که در مقدار انرژی ثابت، با افزایش جرم ضربه زننده (و کاهش سرعت آن)، مساحت جدایی بین لایه ای ایجاد شده در ساختار ورق چند لایه ای، از مقدار بیشتری برخوردار است. همچنین با تغییر چیدمان لایه ها در ساختار صفحه هدف نیز مشاهده می شود که در انرژی ثابت، با افزایش جرم ضربه زننده (و کاهش سرعت آن)، باز هم اندازه مساحت جدایی بین لایه ای از روندی افزایشی برخوردار خواهد بود [۱].

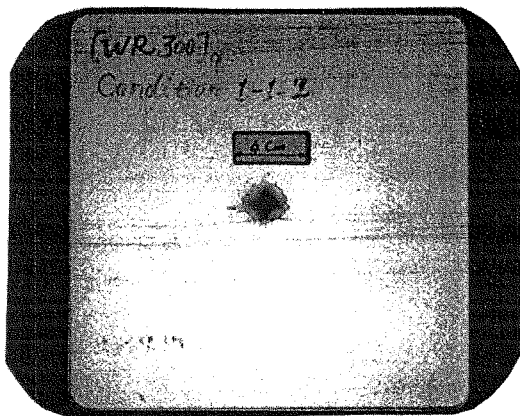
اظهار نظر در مورد تأثیر قطر ضربه زننده در میزان خرابی آزمایش های بیشتر و متنوع تری از نظر مقادیر انرژی، جرم و سرعت ضربه زننده نیاز دارد؛ اما به عنوان یک نتیجه قابل بحث می توان گفت در هر نمونه، در ازای انرژی، جرم و سرعت یکسان ضربه زننده، با افزایش قطر ضربه زننده، میزان خرابی کاهش یافته است. دلایل قابل بحث عبارتند از: افزایش سطح تماس در حین برخورد و کاهش تمرکز نیروی تماس که پیامد آن کاهش تأثیر تغییر مکان نفوذی است.

جدول (۳): مقایسه نتایج تئوری و تجربی مقدار جدایی بین لایه ای

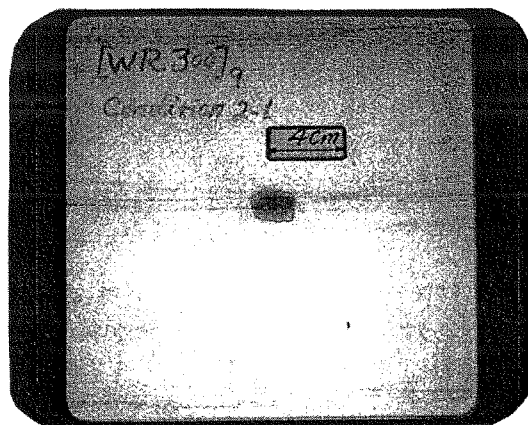
Condition	Delam. Area Theory(mm ²)	Delam. Area Test(mm ²)	Differation
1	347	327	6.1%
2	529	489	8.2%
3	356	322	10%
4	441	395	10.4%



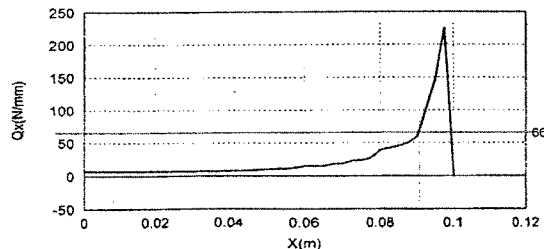
شکل (۵): تغییرات نیروی برشی عرضی در طول نصف ورق برای نقاط واقع در $y=100(\text{mm})$ ساختار ورق: و [WR300] در حالت چهارم



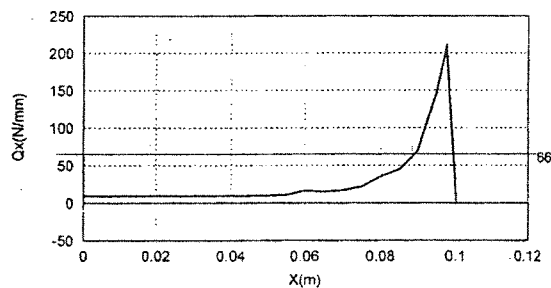
شکل (۶): نمونه (۱) بعد از حالت اول بارگذاری



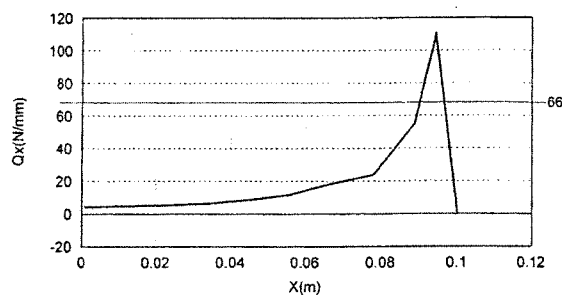
شکل (۷): نمونه (۱) بعد از حالت سوم بارگذاری



شکل (۲): نمودار تغییرات نیروی برشی عرضی در طول نصف ورق برای نقاط واقع در $y=100(\text{mm})$ ساختار ورق: و [WR300] در حالت اول بارگذاری



شکل (۳): تغییرات نیروی برشی عرضی در طول نصف ورق برای نقاط واقع در $y=100(\text{mm})$ ساختار ورق: و [WR300] در حالت دوم بارگذاری



شکل (۴): تغییرات نیروی برشی عرضی در طول نصف ورق برای نقاط واقع در $y=100(\text{mm})$ ساختار ورق: و [WR300] در حالت سوم بارگذاری

- [۱] داودی نیک، علیرضا؛ تحلیل تئوری و تجربی رفتار صفحات کامپوزیتی تحت اثر بار ضربه ای، پایان نامه کارشناسی ارشد دانشگاه امام حسین (ع)، تابستان ۱۳۷۹.
- [۲] M. Sadighi ; *Impact response of thick composite laminates and sandwich structures*, Ph. D. Thesis, UMIST, 1990.
- [۳] A. F. Johnson ; *Engineering design properties of GRP*, British Plastics Federation Publisher, 1986.
- [۴] A. L. Dobyns; "Analysis of simply-supported orthotropic plates subject to static and dynamic loads", AIAA., V.19, pp. 642-650, 1980.
- [۵] C. T. Sun; J. M. Whitney; "Forced vibrations of laminated composite plates in cylindrical bending", J. Acoust. Soc. Am., 55, pp. 1003-1008, 1974.
- [۶] F. Aymerich; A. Bucchioni; P. Priolo; "Impact behavior of quasi-isotropic graphite-peek laminate", Key Engineering Materials, V. 144, pp. 63-74, 1998.
- [۷] S. Abrate; "Impact on laminated composite materials", Applied Mechanics Review, V. 44, N. 4, pp. 155-190, 1991.
- [۸] S. Abrate; "Impact on laminated composites ,recent advances", Applied Mechanics Review, V. 47, N. 11, pp. 517-544, 1994.
- [۹] R. Olsson; "Impact response of orthotropic composite plates predicted from a one-parameter differential equation", AIAA Journal, V. 30, N. 6, pp. 1587-1596, 1992.
- [۱۰] R. D. Mindlin; "Influence of rotatory inertia and shear on flexural motion of isotropic elastic plates", ASME, J. Appl. Mech. 18, pp. 31-38, 1951.
- [۱۱] M. S. Found; I. C. Howard; A.P. Paran; "Interpretation of signals from drop weight impact tests", Composite Structures, V. 42, pp. 353-363, 1998.
- [۱۲] K. N. Shiva Kumar; W. Elber; W. Illg; "Prediction of impact force and duration due to low velocity impact on circular composite laminates", Journal of Applied Mechanics V. 52, pp. 674-680, 1985.
- [۱۳] J. M. Whitney; N. J. Pagano; "Shear deformation in heterogeneous anisotropic plates", ASME, J. Appl. Mech., V.37, pp. 1031-1036, 1970.
- [۱۴] S. Abrate ; "The dynamic of impact on composite structures, Key Engineering Materials", Vols. 141-142, pp. 671-694, 1998.
- [۱۵] T. M. Tan; C. T. Sun; "Use of statically indentation laws in the impact analysis of laminated composite plates", Journal of Applied Mechanics, V. 52, pp. 6-12, March 1985.

زیر نویس ها

¹ Dropped Weight

² Debris

³ Delamination

⁴ Laminate

⁵ Boundary Condition Controlled Impacts

⁶ Wave Propagation Controlled Impact

⁷ Matrix

⁸ Woven Roving

⁹ Chopped Strand Mat

¹⁰ نوعی رزین ترموپلاست

