

# تعیین ترکیب اندازه گلوله بهینه برای آسیاهای آزمایشگاهی

موسی پورکانی

صمد بنیسی

بخش مهندسی معدن، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه  
شهید باهنر کرمان

مرکز تحقیق و توسعه، مجتمع مس سرچشمه، کرمان

## چکیده

در این تحقیق نحوه خردایش سنگ معدن مس سرچشمه در آسیای آزمایشگاهی ۲/۵ لیتری به روش «تر» و با ۱۰ نوع ترکیب ابعادی گلوله‌ها بررسی شد. توزیع دانه بندی محصول، اندازه  $P_{80}$  (۸۰٪ عبوری محصول) و تابع انتخاب (نرخ شکست) به عنوان شاخص های ارزیابی عملیات خردایش در آسیا قرارداد شد. مناسب ترین ترکیب شارژ گلوله برای نرم کردن ذرات زیر ۱/۷ میلی متر (۱۰مش) در مقیاس آزمایشگاهی، استفاده از شارژ تک اندازه گلوله های ۲۵ میلی متری و یا استفاده از شارژ ترکیبی با قطر بزرگ ترین گلوله ۲۵ میلی متر به دست آمد. تابع شکست ( $B_{ij}$ ) سنگ معدن که بیانگر توزیع ابعادی ذرات در اثر خردایش است با رابطه تجربی  $B_{ij} = \left(\frac{D_i}{D_j}\right)^\beta$  شبیه سازی شد در این رابطه تجربی  $D_i$  بیانگر اندازه طبقات و  $D_j$  نشانگر ابعاد ذرات اولیه (قبل از شکست) است. ضریب  $\beta$  در این بررسی ۱/۲۵ به دست آمد. رابطه بین اندازه ذرات سنگ معدن ( $Y_m$ ) که بیشترین نرخ شکست را داراست و قطر گلوله ( $d$ ) به صورت  $Y_m = 0.001d^2$  به دست آمد.

## کلمات کلیدی

اندازه گلوله، آسیای گلوله ای، تابع شکست، تابع انتخاب

## Determination of Optimum Ball Size Distribution for Laboratory Grinding Mills

M. Poorkani

Research and Development Center,  
Sarcheshmeh Copper Complex, Kerman

S. Banisi

Mining Engineering Group, Engineering  
Department, Shahid Bahonar University of Kerman

## Abstract

*In this research, grinding mechanism of the Sarcheshmeh copper mine ore by wet grinding in a 2.5-liter laboratory mill using 10 different ball size combinations was studied. The product size distribution,  $P_{80}$  value (80% passing size) and selection function (breakage rate) were used as criteria to evaluate the grinding in the mill. The most appropriate ball size combination for grinding particles smaller than 1.7mm in the laboratory mill was found to be either single 25mm ball size or combined ball charge with the top size of 25mm. The breakage function ( $B_{ij}$ ) of the ore which indicates the size distribution of particles upon a single impact was modeled with an empirical model type of  $B_{ij} = \left(\frac{D_i}{D_j}\right)^\beta$  in which  $D_i$  is the size class and  $D_j$  is the size of original particles (before breakage). The value of coefficient  $\beta$  was determined to be 1.25. The relationship between ore particle size ( $Y_m$ ) which has the highest breakage rate and ball diameter ( $d$ ) was determined to be in the form of  $Y_m = 0.001d^2$ .*

## Keywords

Ball size, Ball mill, Breakage Function, Selection Function

به تجربه ثابت شده است که اندازه گلوله باید متناسب با کاری باشد که قرار است انجام شود. به عبارت دیگر، اندازه گلوله برای بار ورودی درشت دانه و یا یک کانه سخت باید بزرگ تر از اندازه گلوله برای بار ورودی دانه ریز و یا یک کانه نرم باشد [۲ و ۱]. اگر قطر گلوله‌ها بزرگ تر از حد لازم برای شکستن ذرات درشت در بار ورودی آسیا باشد نرمه تولید می‌شود و اگر بیش از حد کوچک باشد برای شکستن ذرات درشت فاقد انرژی لازم خواهد بود. در هر دو حالت، عمل خردایش در آسیا به طور مطلوب انجام نمی‌شود. برای انجام خردایش مطلوب بهتر است طیفی از اندازه گلوله در آسیا وجود داشته باشد به طوری که بین تعداد گلوله‌های بزرگ و مقدار ذرات درشت بار ورودی توازن برقرار شود و تعداد گلوله‌های کوچک به اندازه‌ای باشد که سطح تماس کافی برای نرم کردن ذرات ریز داخل آسیا را؛ که به طور پیوسته و با نرخ ثابتی تولید می‌شوند، ایجاد نماید. محققان این موضوع را از جنبه‌های مختلف توسط محققان مورد بررسی کرده اند [۳ و ۴].

خردایش کانه در آسیا با دو مکانیزم «ضربه و سایش» صورت می‌گیرد. عامل ضربه، فرو ریزش گلوله‌های درشت بر روی بار است و عامل سایش، حرکت لغزشی گلوله‌های کوچکتر در آسیاست. این دو مکانیزم، به ترتیب، با مکعب اندازه قطر گلوله و عکس قطر گلوله متناسب است؛ در نتیجه می‌توان نوشت [۵]:

$$\text{خردایش (شکست ذرات) در آسیا} \propto d^3 \times \frac{1}{d} = d^2 \quad (۱)$$

با بررسی نحوه خردایش ذرات با قطرهای متفاوت مشخص می‌شود که همواره یک اندازه ابعاد ذرات وجود دارد ( $X_m$ ) که بیشترین نرخ شکست در آن اندازه صورت می‌گیرد و مقدار آن با مجذور قطر گلوله متناسب است. در حقیقت، کاهش اندازه ذرات بزرگ تر از  $X_m$  عمدتاً با مکانیزم ضربه و کاهش اندازه ذرات کوچک تر از  $X_m$  با مکانیزم سایش کاهش می‌یابد [۶].

$$X_m \propto d^2 \quad (۲)$$

اندازه بزرگ ترین گلوله در آسیا باید متناسب با اندازه بزرگ ترین ذراتی باشد که قرار است آسیا شوند و ترکیب اندازه گلوله در آسیا باید با دانه‌بندی خوراک ورودی و دانه‌بندی محصول مورد نظر متناسب باشد. با تنظیم رژیم شارژ روزانه آسیا می‌توان ترکیب ابعاد تعادلی دلخواه گلوله در آسیا را به دست آورد. اگر رژیم شارژ روزانه آسیایی از یک اندازه گلوله باشد و سایش گلوله‌ها در قطرهای مختلف یکسان فرض شود، ترکیب تعادلی اندازه گلوله در آسیا از رابطه زیر تبعیت خواهد کرد [۷]:

$$Y = \left( \frac{X_i}{D} \right)^{3.8} \quad (۳)$$

$Y$  نشانگر کسر وزنی عبوری گلوله از اندازه  $X_i$  و  $D$  بیانگر اندازه قطر گلوله‌ای است که روزانه وارد آسیا می‌شود. در عمل ممکن است به علت تغییر سختی گلوله در قطرهای مختلف، این دانه‌بندی به دست نیاید. برای به دست آوردن بهترین ترکیب دانه‌بندی گلوله باید با بررسی توزیع دانه‌بندی بار اولیه و محصول آسیا و توزیع سطح جانبی طبقات مختلف اندازه گلوله، رفتار گلوله‌ها را مورد بررسی قرار داد. تجمع ذرات در نمودار دانه‌بندی مواد خروجی از آسیا، در یک طبقه اندازه، نشان دهنده این است که درصد گلوله مناسب برای خرد کردن آن طبقه اندازه ذرات کم بوده است و باید سهم آن افزایش یابد. عامل دیگری که در تحلیل خردایش آسیا مورد بررسی می‌شود تابع انتخاب یا نرخ شکست ذرات ماده معدنی در آسیاست. معمولاً تابع انتخاب با معلوم بودن دانه‌بندی خوراک ورودی، دانه‌بندی محصول خروجی آسیا و تابع شکست ماده معدنی محاسبه می‌شود [۶].

## تابع شکست و معادلات خردایش

تابع توزیع شکست<sup>۱</sup> بیانگر توزیع دانه‌بندی یک طبقه اندازه ذرات ماده معدنی است و به  $B_{ij}$  (تجمعی) و  $b_{ij}$  (منفرد) نمایش داده می‌شود.  $B_{ij}$  یعنی کسری از ذرات طبقه  $j$  که پس از خرد شدن به زیر اندازه طبقه  $i$  می‌رسد.  $b_{ij}$  یعنی کسری از ذرات طبقه  $j$  که پس از خرد شدن در طبقه  $i$  قرار می‌گیرد. تابع شکست از ویژگی‌های یک کانه است و مستقل از شرایط خردایش فرض می‌شود [۶]. تابع شکست بسیاری از کانه‌ها قابل نرمال شدن است؛ یعنی:

$$b_{ij} = b_{i+1, j+1} \quad (۴)$$

با انجام آزمایش‌های متعدد معلوم شده است که توزیع تابع شکست سنگ معدن سرچشمه را می‌توان قابل نرمال شدن فرض نمود [۸]. قابل نرمال شدن کانه، حجم آزمایش‌های لازم برای تعیین تابع شکست را به طور چشمگیری کاهش می‌دهد و انجام خردایش تنها در یک طبقه اندازه کافی خواهد بود. میانگین تابع شکست چهار نمونه سنگ معدن مس سرچشمه که از روش اصلاح شده [۹] به دست آمد در جدول ۱ نشان داده شده است.

جدول (۱) میانگین تابع شکست چهار نمونه سنگ معدن مس سرچشمه

$i$	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
$B_{ij}$	۱	۰/۵۳۰	۰/۳۷۶	۰/۲۸۳	۰/۲۳۰	۰/۱۸۲	۰/۱۳۰	۰/۰۶۸
$b_{ij}$	۰	۰/۴۷۰	۰/۱۵۴	۰/۰۹۳	۰/۰۵۳	۰/۰۴۸	۰/۰۵۲	۰/۰۶۲

در این روش برای تعیین تابع شکست یک کانه مقدار مشخصی از یک طبقه اندازه ذرات (مثلاً ۸۰۰ گرم از ذرات بین ۱۰ تا ۱۴ مش) را در یک آسیای آزمایشگاهی خشک برای مدت زمان  $8t, 4t, 2t, t$  و ... آسیا کرده و هر بار محصول خردایش با ۶ تا ۷ سرند سری استاندارد کوچک‌تر از اندازه اولیه دانه‌بندی می‌شود و این کار تا آنجا ادامه می‌یابد که ۴۰ تا ۶۰ درصد مواد، زیر اندازه اولیه برسد. اگر شماره اولین الک آزمایشگاهی ۱ و آخرین الک  $n$  باشد تغییر جرم مواد یک طبقه  $i$  نسبت به زمان از رابطه زیر پیروی خواهد کرد:

$$\frac{dW_i(t)}{dt} = -S_i W_i(t) + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} S_j W_j(t) \quad (۵)$$

$W_i(t)$  نشانگر کسروزی طبقه  $i$  در لحظه  $t$  و  $S_i$  بیانگر ثابت نرخ شکست (تابع انتخاب) ذرات طبقه  $i$  یا نرخ ناپدید شدن ذرات طبقه  $i$  است. برای طبقه اول  $i=1$  داریم:

$$\frac{dW_1(t)}{dt} = -S_1 W_1(t) \quad (۶)$$

در صورتی که کل مواد روی سرند اول، واحد فرض شود ( $W_1(0)=1$ ) می‌توان با رسم  $\ln(W_1)$  (لگاریتم کسر وزنی باقیمانده روی الک اول) نسبت به زمان آسیا کردن، مقدار  $S_1$  (شیب خط) را به دست آورد.  $S_1$  تابع انتخاب یا ثابت نرخ شکست ذرات طبقه اول است. فرض بر این است که تولید ذرات نرم در اثر خردایش یک طبقه از سینتیک مرتبه صفر پیروی کند [۹]. اگر  $Y_i$  کسر تجمعی عبور کرده از طبقه  $i$ ام در اثر خردایش و  $1-Y_i$  کسر تجمعی باقیمانده روی طبقه  $i$ ام و  $S_j$  ثابت نرخ شکست طبقه  $j$  باشد، عبارت مستقل از  $Z$  و برابر با  $F_i$  بوده و در واقع تابعی از  $i$  خواهد بود؛ بنابراین:

$$\frac{dY_i(t)}{dt} = \sum_{j=1}^{i-1} F_j W_j(t) = F_i \sum_{j=1}^{i-1} W_j(t) = F_i(1 - Y_i(t)) \quad (7)$$

و در نتیجه:

$$\ln(1 - Y_i(t)) = -F_i dt \quad (8)$$

با رسم لگاریتم کسر باقیمانده تجمعی روی الک  $i$  نسبت به زمان، می‌توان  $F_i$  (شیب خط) را به دست آورد. با به دست آمدن  $F_i$  و با توجه به معادله (۹) و با داشتن  $S_i$  می‌توان  $B_{i1}$  را به دست آورده و بدین ترتیب تابع توزیع شکست سنگ معدن را تعیین کرد.

$$F_i = B_{ij} S_j \quad (9)$$

رابطه ۱۰ برای تابع توزیع شکست کانه‌های قابل نرمال شدن پیشنهاد شده است [۱۰].

$$B_{i1} = \left( \frac{D_i}{D_1} \right)^\beta \quad (10)$$

در این رابطه  $D_i$  و  $D_1$  به ترتیب بیانگر اندازه اولیه ذرات قبل از شکستن بوده و اندازه ذرات بعد از شکستن و  $\beta$  عدد وابسته به ماهیت سنگ است که معمولاً بین ۰/۸ و ۱/۶ گزارش شده است [۶]. با آزمایش‌ها مقدار ضریب  $\beta$  کانسنگ مس سرچشمه را ۱/۲۵ نشان داده است.

## تابع انتخاب

تابع انتخاب<sup>۲</sup> (یا ثابت نرخ شکست) ( $S_i$ ) بیان‌کننده آهنگ ناپدید شدن ماده معدنی از یک طبقه اندازه، در اثر خردایش است که واحد آن عکس زمان است ( $1/min$ ). تابع انتخاب برای یک کانه، عدد ثابتی نیست و به شرایط خردایش و روش آسیا، قطر آسیا، ترکیب گلوله، رئولوژی پالپ، زمان آسیاکردن، اندازه ذرات کانه و... بستگی دارد [۱۱]. یکی از روش‌های محاسبه تابع انتخاب، روش برگشتی است که در آن از دانه‌بندی بار ورودی آسیا، دانه‌بندی محصول آسیا، تابع شکست ماده معدنی و توزیع زمان ماند در وسیله خردکننده استفاده می‌شود. با توجه به رابطه ۱۰، حل معادله برای سرند اول آسان است؛ ولی حل آن برای سرندهای بعدی به روش‌های معمولی و دستی دشوار است و باید از نرم افزارهای کامپیوتری استفاده کرد. در این تحقیق از نرم افزار "شبهه سازی خردایش" [۱۲] استفاده شده است. با داشتن تابع شکست سنگ معدن، دانه‌بندی خوراک آسیا و تابع انتخاب در آسیا می‌توان محصول آسیا را شبیه‌سازی نمود. رابطه کلی تغییرات تابع انتخاب با تغییر اندازه ذرات در یک آسیا به صورت معادله (۱۱) پیشنهاد شده است [۶]:

$$S_i = a \left( \frac{x_i}{x_0} \right)^\alpha \times \frac{1}{1 + \left( \frac{x_i}{\mu} \right)^\Delta} \quad (11)$$

در این رابطه،  $S_i$  نشانگر تابع انتخاب ( $1/min$ ) بیانگر اندازه ذرات  $X_i$  (mm)،  $X_0$  نشان دهنده اندازه بزرگ‌ترین ذرات ماده معدنی (mm) و  $\Delta$ ،  $\mu$ ،  $\alpha$  و  $a$  ضرایبی هستند که از طریق برازش منحنی به دست می‌آید. سمت راست این رابطه ترکیبی از دو جمله است، وقتی اندازه ذرات نسبت به قطر گلوله‌ها خیلی کوچک و اصطلاحاً شکست نرمال باشد، نمودار تغییر  $S_i$  نسبت به اندازه ذرات، خطی خواهد بود [۶].

## روش تحقیق

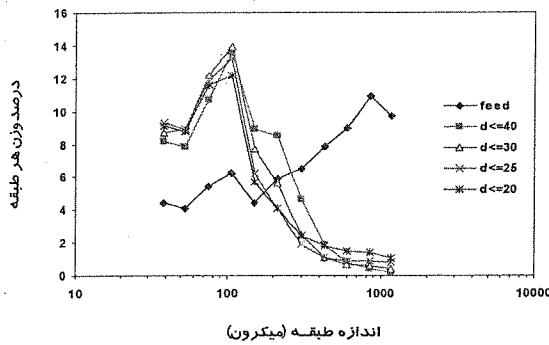
نمونه سنگ معدن مس سرچشمه با سنگ شکن فکی تا زیر ۱۰ مش (۱۷۰۰ میکرون) خرد شد. آسیای آزمایشگاهی ۲/۵ لیتری دنور<sup>۳</sup> با سرعت چرخش ۷۰ دور در دقیقه و ۵ کیلوگرم گلوله، ۳۵۰ گرم ماده معدنی، ۱۰ دقیقه زمان خردایش، به روش تر با ۵۰ درصد جامد برای همه آزمایش ها انتخاب شد. آزمایش خردایش با ترکیب اندازه‌های مختلف گلوله مطابق جدول ۲ انجام گرفت. دانه‌بندی شارژ ترکیبی گلوله با توجه به رابطه ۳ انتخاب و تابع انتخاب با نرم افزار "شبیه‌سازی خردایش"<sup>۴</sup> [۱۲] محاسبه شده و سپس با استفاده از یک نرم افزار برازش منحنی تیبل کرو<sup>۴</sup> برازش گردید.

جدول ۲) ترکیب اندازه‌های مختلف گلوله آسیای ۲/۵ لیتری برای انجام آزمایش خردایش

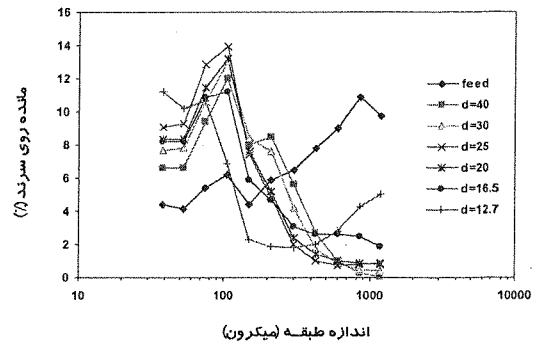
شماره آزمون	تعداد گلوله با قطرهای مختلف در آسیا					
	قطر (mm)					
	۱۲/۷	۱۶/۵	۲۰	۲۵	۳۰	۴۰
۱						۱۹
۲					۴۵	
۳				۷۸		
۴			۱۵۳			
۵		۲۷۳				
۶	۵۹۸					
۷	۴۷	۷	۶	۶	۷	۸
۸	۱۰۱	۲۲	۱۷	۱۷	۲۲	۲۳
۹	۱۵۸	۴۴	۳۵	۳۴	۴۵	۰
۱۰	۲۶۸	۱۰۵	۸۳	۸۰	۰	۰

## نتایج آزمایش

شکل ۱ نشانگر دانه‌بندی محصول آسیا با شارژ گلوله تک اندازه برای گلوله‌هایی با قطر ۲۰، ۲۵، ۳۰، ۴۰ و ۱۶/۵ و ۱۲/۷ میلی‌متر و شکل ۲ نشان دهنده دانه‌بندی محصول آسیا با شارژ گلوله ترکیبی به هنگام استفاده از بزرگ‌ترین گلوله‌ها با قطر ۲۰، ۲۵، ۳۰ و ۴۰ میلی‌متری باشد.

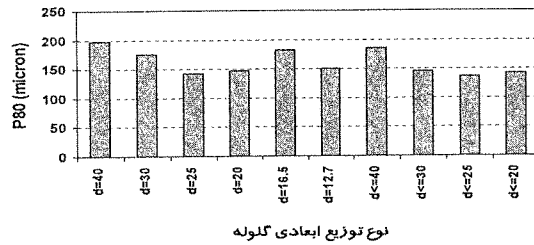


شکل ۲) دانه‌بندی محصول آسیا با شارژ گلوله ترکیبی (d نشانگر قطر گلوله به میلی‌متر)



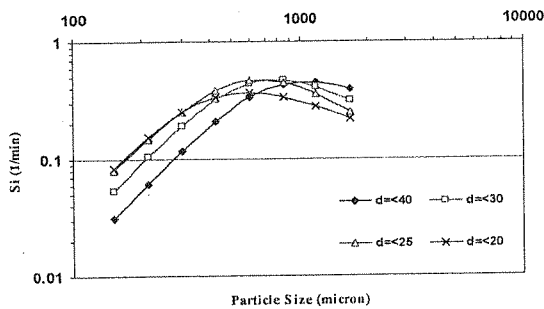
شکل ۱) دانه‌بندی محصول آسیا با شارژ تک اندازه (d نشانگر قطر گلوله به میلی‌متر)

در نمودار ۳ اندازه P<sub>80</sub> محصول آسیا با شارژهای مختلف گلوله آمده است و ملاحظه می‌شود که در بین شارژهای تک اندازه، گلوله‌های ۲۵ میلی‌متری و در شارژهای ترکیبی شارژی که قطر بزرگ‌ترین گلوله آن ۲۵ میلی‌متر است نرم‌ترین محصول را تولید کرده‌اند (P<sub>80</sub> کوچکتر) و این دو ترکیب شارژ، کارایی بیشتری را در کاهش اندازه ذرات داشته است.

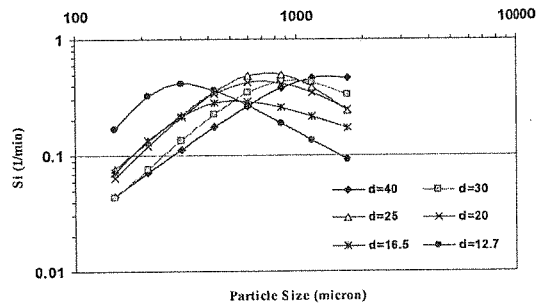


شکل (۳) اندازه P<sub>80</sub> محصول آسیا با شارژهای مختلف (d نشانگر قطر گلوله به میلیمتر)

در شکل ۴ تغییرات تابع انتخاب آسیا برای شارژهای تک اندازه و در شکل ۵ برای شارژهای ترکیبی دیده می‌شود. هر منحنی، دارای یک نقطه ماکزیمم ( $X_m$ ) است که بیانگر اندازه ذراتی است که در آن بالاترین نرخ شکست وجود دارد.



شکل (۵) نمودار برازش شده تغییرات تابع انتخاب آسیا با شارژهای گلوله تک اندازه (d بیانگر قطر گلوله به میلیمتر)

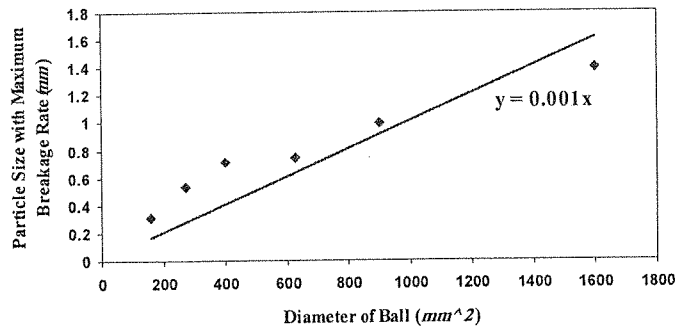


شکل (۴) نمودار برازش شده تغییرات تابع انتخاب آسیا با شارژهای گلوله تک اندازه (d بیانگر قطر گلوله به میلیمتر)

در شکل ۶ رابطه بین مقدار  $X_m$  و مجذور قطر گلوله به صورت خطی رسم شده است و ملاحظه می‌شود که ضریب  $k$  برابر با ۰/۰۰۱ است.

$$X_m = kd_b^2$$

(۱۲)

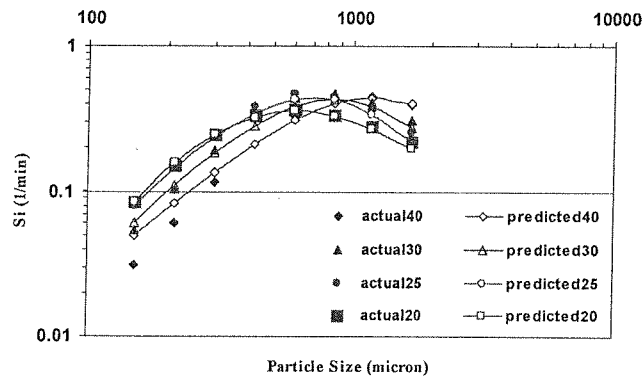


شکل (۶) رابطه بین اندازه گلوله و قطر ذرات با بالاترین نرخ شکست

با در دسترس بودن تابع انتخاب آسیا با شارژ تک اندازه و برای قطرهای مختلف گلوله می‌توان تغییرات تابع انتخاب آسیا با شارژهای ترکیبی دلخواه را پیش بینی کرد [۶].

$$S_i = \sum_{k=1}^n S_{i,k} m_k \quad (13)$$

در شکل ۷ تغییرات تابع انتخاب شارژهای ترکیبی به دست آمده از آزمایش و نمودار تغییرات تابع انتخاب پیش بینی شده، با استفاده از رابطه ۱۳ نشان داده شده است. مقادیر به دست آمده از این آزمایش ها و مقادیر پیش بینی شده، از سازگاری خوبی برخوردار است. در رابطه ۱۳،  $S_i$  تابع انتخاب آسیا برای اندازه ذرات طبقه  $i$  با شارژ ترکیبی،  $S_{i,k}$  تابع انتخاب آسیا با شارژ تک اندازه از گلوله‌هایی با قطر  $k$  برای ذرات طبقه  $i$  و  $m_k$  کسر وزنی گلوله‌های قطر  $k$  در شارژ ترکیبی است.



شکل (۷) تابع انتخاب شارژ ترکیبی به دست آمده از آزمایش و پیش بینی شده برای گلوله با قطرهای ۲۰، ۲۵، ۳۰، ۴۰ و ۲۰ میلی‌متر.

## بحث

مقایسه نمودار دانه‌بندی خوراک و محصول آسیا؛ همان طور که انتظار می‌رفت، نشان می‌دهد که گلوله‌های بزرگ تر، ذرات درشت را و گلوله‌های کوچک تر، ذرات ریز را نرم می‌کند (شکل ۱). گلوله‌های بزرگ در نرم کردن ذرات ریز و گلوله‌های کوچک در نرم کردن ذرات درشت کارایی خوبی ندارند. اگر هدف از آسیا کردن، تولید خوراک مناسب برای فلوتاسیون باشد در شکل ۲ ملاحظه می‌شود که گلوله‌های ۱۲/۷ و ۱۶/۵ میلیمتری ذرات بالای ۵۰۰ میکرون را و گلوله‌های ۴۰ و ۳۰ میلیمتری نیز ذرات بین ۵۰۰ تا ۱۵۰ میکرون را خوب نرم نکرده است؛ ولی گلوله‌های ۲۵ میلیمتری محصول مناسب تری نسبت به سایر شارژهای تک اندازه تولید نموده است. به هنگام استفاده از ترکیب گلوله‌ها، تفاوت بین توزیع دانه‌بندی محصول‌های مختلف زیاد نیست (انحراف معیار ۰/۸٪) در حالی که در زمان استفاده از گلوله تک اندازه، محصول تولید شده، دانه‌بندی‌های نسبتاً متفاوتی داشته است (انحراف معیار ۱/۶٪) و دلیل آن دسترسی به فضاهایی با اندازه‌های متفاوت در زمان استفاده از گلوله‌های ترکیبی است که امکان خردایش ذرات با اندازه مختلف را فراهم می‌کند. در بین شارژهای ترکیبی نیز محصول آسیا با شارژ بزرگ ترین گلوله ۲۵ میلیمتری در دامنه اندازه ۵۰۰ تا ۱۵۰ میکرون؛ که اختلاف عمده توزیع دانه‌بندی‌ها در این دامنه است، از نظر فلوتاسیون مناسب تر از سایر شارژها ست. استفاده از شارژ ترکیبی، در مقایسه با گلوله‌های تک اندازه، به دلیل تولید محصول ریزتر مطلوب تر می‌باشد، به عنوان مثال، برای  $P_{80}$  حالت استفاده از گلوله‌های ۲۵ میلیمتری تک اندازه و ترکیبی به ترتیب ۱۴۲ و ۱۳۶ میکرون می‌باشد که شکل (۳) موبد همین امر است.

با افزایش قطر گلوله، مقدار  $X_m$  نیز افزایش می‌یابد (شکل ۴). تمامی منحنی‌ها از دو بخش خطی در سمت چپ نقطه  $X_m$  و منحنی در سمت راست نقطه  $X_m$  تشکیل شده است. در بخش خطی نمودارها، تقریباً برای ذرات زیر ۵۰۰ میکرون، که قطر گلوله خیلی بزرگ تر از قطر ذرات ماده معدنی است، با کاهش قطر گلوله، مقدار عددی تابع انتخاب افزایش یافته است (شکل ۵). به نظر می‌رسد در این محدوده، مکانیزم کاهش اندازه ذرات، سایش باشد؛ زیرا وقتی وزن شارژ ثابت باشد با کاهش قطر گلوله‌ها تعداد آنها و در نتیجه سطح بار خرد کننده افزایش می‌یابد و چون نرخ شکست با سطح بار خرد کننده متناسب است، مقدار آن نیز افزایش خواهد یافت. در سمت راست نقطه  $X_m$  شکل‌های ۴ و ۵، که اندازه ذرات، درشت می‌شود، تقریباً برای ذرات بزرگ تر از ۱۰۰۰ میکرون، عامل کاهش اندازه ذرات، ضربه است. با افزایش قطر گلوله میزان، انرژی ضربه‌ای گلوله و

نرخ شکست افزایشی یابد. اگر مجموع نرخ شکست طبقات مختلف اندازه ذرات در هر شارژ ملاک ارزیابی قرار داده شود شارژ تک اندازه گلوله با قطر ۲۵ میلیمتری و شارژ ترکیبی با بزرگ ترین قطر گلوله ۲۵ میلیمتر بیشترین نرخ شکست را ایجاد کرده است. این دو ترکیب شارژ را می توان به عنوان بهترین ترکیب شارژ آسیای آزمایشگاهی انتخاب کرد. با توجه به شکل ۶ می توان گفت که برای به دست آوردن بهترین ترکیب شارژ گلوله، کافی است که تابع انتخاب برای شارژهای تک اندازه از گلوله های مورد نظر را آزمایش کرده و با استفاده از رابطه ۱۳ بهترین ترکیب شارژ را محاسبه کرد و به آزمایش ترکیب های مختلف شارژ؛ که کاری وقت گیر است، نیازی نیست.

## نتیجه بحث

- ۱- دو روش پیشنهادی برای تعیین شارژ گلوله مناسب آسیاها؛ یعنی تحلیل منحنی دانه بندی محصول و دیگری بررسی تغییرات تابع انتخاب آسیا، هر دو نتایج یکسانی دارد.
- ۲- برای نرم کردن سنگ معدن تا زیر ۱۰ مش (۱/۷ میلیمتر) در آسیای آزمایشگاهی به روش تر، بهترین ترکیب شارژ آسیا استفاده از گلوله ۲۵ میلیمتری تک اندازه و یا شارژ ترکیبی با قطر بزرگ ترین گلوله ۲۵ میلیمتر می باشد.
- ۳- رابطه بین قطر گلوله ( $d$ ) و اندازه ذرات ماده معدنی که دارای بیشترین نرخ شکست هستند ( $X_m$ ) به صورت  $X_m = 0.001d^2$  به دست آمد.
- ۴- در محدوده ای که شکست سنگ معدن قابل نرمال شدن می باشد (قطر گلوله << اندازه ذرات مواد) کاهش قطر گلوله موجب افزایش مقدار تابع انتخاب می شود؛ اما خارج از این محدوده، رابطه معکوس است.
- ۵- یک رابطه تجربی ارائه گردید که بر طبق آن با تعیین تابع انتخاب آسیا برای شارژهای گلوله تک اندازه می توان بهترین ترکیب اندازه گلوله را بدون نیاز به آزمایش شارژ ترکیبی به دست آورد.

## تقدیر و تشکر

بدین وسیله از پرسنل کارگاه متالورژی تغلیظ مس سرچشمه، که در انجام آزمایشهای خردایش و تعیین تابع شکست سنگ معدن سرچشمه نهایت همکاری را داشته اند، تشکر و قدردانی می شود.

## زیر نویس ها

- 1- Breakge Function 2- Selection Function
- 3- Denver
- 4- Table Curve

## منابع

- [1] Taggart, F., "Handbook of Ore Dressing", John Wiley & Sons Inc., New York, 1927.
- [2] Datta, A. and Rajamani, R.K., "A Direct Approach of Modelling Batch Grinding in Ball Mills Using Population Balance Principles and Impact Enrgy Distribution", International Journal of Mineral Processing, Vol. 64, 181-200, 2002.
- [3] Chenje, T.W., Simbi, D.J. and Navara, E., "Wear Performance and Cost Effectivness- a Criterion for the Selection of Grinding Media for Wet Milling in Mineral Processing Operations", Minerals Engineering, 16, 1387-1390, 2003.
- [4] Chenje, T.W., Simbi, D.J. and Navara, E., "The Role of Corrosive Wear During Laboratory Milling", Minerals Engineering, 16, 619-625, 2003.
- [5] Morrell, S., "Effect of Ball Size on Ball Mill Breakage Rates", Julius Kruttschnitt Mineral Research Center, 1990.
- [6] Austin, Klimple, Luckie, "Process Engineering of Size Reduction: Ball Milling", SME, New York, 1984.
- [7] Bond, F.C. "Crushing and Grinding Calculations Part I and II", Reprinted from British Chemical Engineering, 6(6) 378-385, 1961.
- [8] Banisi, S., Zayed-Abadi, S., Langari-Zadeh, G.R., "Effect of Internal Classification on Modelling Ball Milling at the Sarcheshmeh Copper Mine", Comminution '98, Brisbane, Australia, February 16-18, 1998.



- [9] Herbst, J.A. and Fuerstenau, D.W., "*The Zero Production of Fine Sizes in Comminution and Its implications in Simulation*", AIME Transactions, Vol. 241, 538-548, 1968.
- [10] Kelly, E.G. and Spottiswood, D.J., "*The Breakage Function; What is it really*" Minerals Engineering, Vol.3, No. 5, 405-415, 1988.
- [11] Tongsathitkulchai, C., "*The Effect of Slurry Rheology on Fine Grinding in a Laboratory Ball Mill*", International Journal of Mineral Processing, Vol. 69, 29-47, 2003.

[۱۲] زنگی آبادی، ح، لورک آقا، غ، ل و بنیسی، ص، "نرم افزار شبیه سازی خردایش در آسیاهای گلوله ای"، دانشگاه شهید باهنر کرمان - بخش مهندسی معدن ۱۳۷۶.

