

دو روش ابتکاری برای حل مساله تنظیم بهینه چراغهای راهنمایی

کاوه فرخی سعدآبادی

دانشجوی دکترا

دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف

هدایت ذکایی آشتیانی

استاد

دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف

چکیده

در این مقاله مساله تنظیم بهینه چراغهای راهنمایی که یک مساله بهینه‌سازی دوسطحی است، بررسی می‌شود. روشهای بهینه‌سازی برای حل این مساله، معمولاً منجر به جوابهای بهینه محلی می‌شوند و در حل مسایل بزرگ ناکارا هستند. در این مقاله دو روش ابتکاری برای حل مساله تنظیم بهینه چراغهای راهنمایی پیشنهاد می‌شود. در روش اول، از حل یک مدل جایگزین که معادل یک مساله جریان تعادلی با توابع هزینه چند متغیره، است استفاده شده است. در روش دوم، که یک روش دو مرحله‌ای است، در مرحله اول زمانبندی چراغها با حل مساله بهینه سیستم محاسبه شده، و در مرحله دوم جریانهای تعادلی استفاده‌کنندگان با حل مساله تخصیص ترافیک تعیین می‌شوند. عملکرد این دو روش با حل یک مثال کوچک، و یک مثال در ابعاد متوسط، بررسی می‌شود.

کلمات کلیدی

تنظیم بهینه چراغهای راهنمایی، مساله دوسطحی، جریان تعادلی با توابع هزینه چند متغیره، بهینه‌ی سیستم

Two Heuristics for Optimal Signal Setting Problem

H. Zokaee Aashtiani
Professor

K. Farrokhi Sadabadi
Ph.D. Candidate

Civil Engineering Department,
Sharif University of Technology

Abstract

In this paper, optimal signal setting problem is studied as a bilevel optimization problem. Optimization techniques suggested for solving this problem usually result in local solutions and are inefficient in solving large-scale problems. In this paper, two heuristics are proposed for solving this problem. In the first one, an alternative model is used which represents an equilibrium flow problem with multi-variable cost functions. In the second one, essentially a two phase algorithm, in the first phase signal timings are calculated by solving the system optimum problem. Later, in the second phase, user equilibrium flows are determined by solving traffic assignment problem. Performance of these two heuristics are investigated solving a small-scale and a medium-scale examples.

Keywords

Optimal Signal Setting, Bilevel Problem, Equilibrium Flow with Multi-variable Cost Functions, System Optimum



در هر سیستم حمل و نقل، دو گروه نقش اساسی ایفا می‌کنند؛ یکی استفاده‌کنندگان سیستم که به دنبال حداقل کردن هزینه‌های خود هستند، دیگری گردانندگان سیستم که اهداف مختلفی از جمله حداقل کردن کل هزینه استفاده از سیستم را تعقیب می‌کنند. اهداف این دو گروه لزوماً در یک راستا قرار ندارند. تصمیم‌های سفرکنندگان در نحوه استفاده از سیستم، عموماً تابعی از هزینه‌های استفاده از تسهیلات مختلف هستند. بنابراین، برای گردانندگان امکان تاثیرگذاری بر تصمیمهای استفاده‌کنندگان از طریق مدیریت و کنترل این هزینه‌ها وجود دارد.

درحالی که اغلب روشهای موجود برای تاثیرگذاری بر تصمیم‌گیری استفاده‌کنندگان سیستم ممکن است موجب ایجاد ناراحتی و یا تبعیض در میان استفاده‌کنندگان گردند، برخی روشهای دیگر نیز ممکن است از لحاظ اجرایی چندان عملی به نظر نرسند. از میان پارامترهای طراحی شبکه، زمانبندی چراغهای راهنمایی امکان مناسبی برای تعیین هزینه سفر فراهم می‌آورد. این موضوع ابتدا توسط السوپ [1] مورد توجه قرار گرفت. مساله تنظیم بهینه چراغهای راهنمایی در ادبیات حمل و نقل معادل مساله طراحی شبکه پیوسته است.

به طور کلی در برخورد با مساله کنترل بهینه¹ (که مساله تنظیم بهینه چراغها بخشی از آن به شمار می‌رود)، دو رویکرد متداول و مطرح بوده است. یکی گروه روشهای ابتکاری، که است. معروفترین آن‌ها، «روش تکراری بهینه‌سازی - تخصیص» نام دارد. این روش یک جواب سازگار (نه بهینه) را برای مساله کنترل و تخصیص تعادلی استفاده‌کننده جستجو می‌کند؛ به طوری که هر دو شرط را به صورت همزمان ارضا نماید. اما رویکرد دوم، یک روش بهینه‌سازی است که علاوه بر خاصیت سازگاری، سعی دارد جوابی بیابد که از دید سیستمی، یک یا چند تابع هدف را هم به مقدار بهینه خود برساند.

روش تکراری بهینه‌سازی - تخصیص ابتدا توسط السوپ [1] پیشنهاد شد، ولی در عین حال خود او متذکر شد که این روش ممکن است در همگرایی دچار مشکل شده و حتی جوابی ایجاد نماید که از وضعیت موجود بدتر باشد. در همان زمان شواهد تجربی ارائه شده توسط تارنوف و هالروید هم نشان می‌داد که این وضعیت در دنیای واقعی نیز رخ می‌دهد [2] [3]. دلیل بروز این مشکل را می‌توان نداشتن سیستمی برای دیدن نحوه عکس‌العمل استفاده‌کنندگان، هنگام حل مساله کنترل بهینه با فرض ثابت بودن جریانها، دانست [4]. اسمیت و فان فورن [5]، شرایطی را روی سیاست کنترلی، و همچنین فرمول تأخیر استفاده شده، بیان می‌کنند که همگرایی این روش را به یک جواب سازگار (نه بهینه) تضمین می‌کند. همین مرجع نشان می‌دهد که نوع فرمول تأخیر استفاده شده، در روش تکراری بهینه‌سازی - تخصیص، بسیار با اهمیت است؛ به طوری که یک سیاست کنترلی معین، تحت دو فرضیه هزینه مختلف، ممکن است از لحاظ تئوری، خصوصیات کاملاً متفاوتی داشته و نتایج عملکردی کاملاً متفاوتی را هم باعث شوند. شفی و پاول [6]، ضمن انتقاد از روش حل تکراری بهینه‌سازی - تخصیص، شرایطی را تعریف کرده‌اند که با استفاده از آنها، این روش نتایج کاملاً مطلوبی (از نظر کاهش کل زمان سفر) به دست داده است. دلیل بدست آمدن چنین نتایجی، احتمالاً استفاده از تنها یک نوع خاص تابع هزینه (دایره راههای عمومی²)، برای کلیه کمانهای شبکه است.

انتقاد دیگر اسمیت بالقوه بر سیاستهای تنظیم چراغ وارد کرده است، امکان کاهش ظرفیت شبکه به صورتی غیر لازم بوده، که در نتیجه استفاده مستمر از این سیاستهای کنترلی حاصل می‌شود [8]. (توجه شود که اعمال یک سلسله سیاستهای معین، به صورت مداوم و مستمر، و با توجه به تغییرات حاصله در نحوه استفاده از شبکه، در حقیقت اجرای روش تکراری بهینه‌سازی - تخصیص، در دنیای واقعی است). وی، سیاستهای کنترل محلی را برای چراغها معرفی می‌کند، که در حالت تقاضای ثابت به طور خودکار ظرفیت کل شبکه را به حداکثر می‌رساند. اسمیت و فان فورن [5] به این نکته متذکر شدند، که یافتن چنین سیاستهایی برای کاهش کل زمان سفر در شبکه غیر ممکن است.

فیسک [9,10]، یک مدل «بهینه‌سازی تک سطحی» با استفاده از تابع فاصله بوجود آورد، که برای حل مساله تنظیم بهینه چراغ به کار برده شد. او با استفاده از نامساوی‌های تغییری³ معادل با شرط تعادل استفاده‌کننده، مساله تنظیم بهینه چراغهای راهنمایی را به یک مساله بهینه‌سازی غیر محدب و تک سطحی تبدیل کرد. سپس با استفاده از تکنیک ماکسمین، تابع فاصله‌ای را تعریف نمود که در روش حل مورد استفاده قرار گرفت. باید توجه داشت که این تابع فاصله، عموماً مشتق ناپذیر است.



در روش بهینه‌سازی، غالباً از الگوریتمهای فرود، استفاده می‌شود. شفی و پاول [6]، با بررسی مشکلات روش تکراری بهینه‌سازی - تخصیص، روش حلی بر پایه‌ی روش حل مشهور تصویر شیب برای شبکه‌های کوچک، ارائه کرده‌اند. این روش در هر تکرار، با حفظ امکان‌پذیری مسأله، سعی در یافتن جهتی برای حرکت دارد که باعث کاهش مقدار تابع هدف گردد. در این روش که یک رویکرد عددی محض است، در هر تکرار برای محاسبه شیب تابع هدف مساله بالایی، باید به تعداد پارامترهای نسبت سبز⁴ چراغها در کل شبکه، عمل تخصیص ترافیک صورت گیرد.

هایدکر و خو [11] روشی ارائه کرده‌اند که با تقریب خطی الگوی جریان در کمان، در حالت تعادل استفاده کننده (که تابعی غیر خطی از مقادیر پارامترهای کنترل است)، به وسیله برازش عددی به تعدادی الگوی جریان تعادل استفاده‌کننده، اقدام به یافتن جهت فرود و حل مساله می‌کند.

یانگ و یانگ [12] مدل و روش حلی برای تعیین تخصیص ترافیک، و زمانبندی بهینه چراغها در شبکه‌های اشباع، ارائه کرده‌اند. مدل تخصیص ترافیک بکار رفته در این مطالعه، اثر شلوغی و صف را صریحاً در پیش بینی جریانهای تعادلی در نظر می‌گیرد [13]، در این مقاله تنظیم پارامترهای نسبت سبز چراغ، به منظور کمینه کردن کل تاخیر در استفاده از شبکه، برای تقاضای ثابت و معین مبدا - مقصد مورد توجه قرار گرفته است. در این روش از تجزیه و تحلیل حساسیت بر روی مساله تعادل در شبکه دارای صف [13]، به منظور محاسبه مشتقات جریانها در کمان، و تاخیرات ایجاد شده در صف در حالت تعادل، نسبت به پارامترهای کنترل چراغها استفاده شده است.

اخیراً گروهی از محققین روشهای فرود دو سطحی⁵ برای بهینه‌سازی چراغها و هزینه‌های تسهیلات حمل و نقل در شبکه‌های چند وسیله‌ای، و با در نظر گرفتن انتخاب‌های مسافری، ارائه کرده‌اند و ادعا شده ممکن است برای شبکه‌های بزرگ هم کارا باشند. این روشها ضمن تلاش در جهت به تعادل رساندن جریان ترافیک در شبکه، می‌خواهند به طور همزمان، تقریباً و تا جای ممکن، مقدار تابع هدف مساله کنترل را هم به سمت مقدار بهینه سوق دهند. در این روشها برای رفتن از هر نقطه به جواب بعدی، قیدی برای حرکت در یک جهت خاص وجود ندارد؛ بلکه در هر نقطه، ناحیه‌ای (نیچ فضا یا مخروط) تعریف می‌شود که با حرکت در داخل آن، می‌توان به اهداف متصور دست یافت [14]، [15] [16]. همین گروه از محققین، باز هم در یک مقاله جدید، یک مدل تعادل چند وسیله‌ای و با تقاضای الاستیک ارائه کرده‌اند که در آن زمانهای سبز چراغها و قیمت‌های عبور از یک مسیر (کرایه حمل و نقل عمومی، هزینه‌های پارکینگ و یا عوارض استفاده از جاده) به طور صریح وارد شده است. برای حل مدل دوسطحی کنترل بهینه‌ای که از این مدل استفاده می‌کند، از جهات حرکتی برای جریانهای ترافیکی، قیمت‌ها و زمانهای سبز استفاده می‌شود. این جهات از طریق حل تخمینهای خطی از مساله واقعی تعیین می‌گردد [15]. همچنین کار جدیدی توسط ماهر و همکاران [17] گزارش شده که در آن به مساله تخمین ماتریس مبدا - مقصد از روی شمارش‌های ترافیکی و مساله بهینه‌سازی چراغهای راهنمایی، در حالتی پرداخته شده است که مساله تعادل استفاده شده در آن از نوع تعادل استفاده کننده تصادفی است.

در ادامه، ابتدا به فرموله کردن مساله تنظیم بهینه چراغهای راهنمایی و ارائه مدل‌های جایگزین پیشنهادی می‌پردازیم. این مدلها زیر مجموعه‌ای از مدل‌های بررسی شده در [18] هستند. در بخش سوم، نتایج آزمایشهای محاسباتی صورت گرفته در حل یک مثال کوچک، و یک مثال در ابعاد متوسط، گزارش می‌شود. در انتها به جمع‌بندی و بررسی نتایج این آزمایشها پرداخته شده است.

۱- مساله تنظیم بهینه چراغهای راهنمایی

برای سادگی بررسی مساله تنظیم بهینه چراغها در شبکه، تنها به تعیین زمان سبز تخصیص یافته به هر یک از فازهای چراغها پرداخته می‌شود. برنامه فازبندی (تعداد و ترتیب فازها) و همچنین سایر پارامترهای طراحی چراغ، مانند زمان چرخه و افس، از پیش تعیین شده است. به این ترتیب می‌توان، با استفاده از تبدیل زیر به جای زمان سبز(شامل زمان زرد)، پارامتری به نام نسبت سبز را تعریف کرده و مورد استفاده قرار داد:



$$g_1 + g_2 = c$$

$$\frac{g_1}{c} + \frac{g_2}{c} = 1 \quad (1)$$

$$s_1 + s_2 = 1$$

به عبارت دیگر نسبت سبز هر فاز، معادل زمان سبز تخصیص داده شده به آن فاز در یک چراغ با طول زمان چرخه واحد است. بنابراین با فرض واحد بودن طول زمان چرخه‌ی چراغها، در ادامه برای سادگی ارایه مطالب، عبارت زمان سبز جایگزین معادل آن، یعنی نسبت سبز چراغ به گرفته می‌شود.

دز شبکه (N, A) مساله تنظیم بهینه‌ی چراغهای راهنمایی به صورت زیر بیان می‌شود:

Mo:

$$\text{Min}_{X,S} Z(X,S) = \sum_{i \in N'} \sum_{ph=1}^{m_i} \sum_{a \in A_i^{ph}} x_a t_a(x_a, s_i^{ph}) + \sum_{i \in N'} \sum_{a \in A_i} x_a t_a(x_a)$$

s.t.

$$\sum_{ph=1}^{m_i} s_i^{ph} = 1, \quad \forall i \in N' \quad (2)$$

$$s_i^{ph} \geq s^{\min}, \quad \forall i \in N', \quad ph = 1, \dots, m_i$$

$$X \sim \text{UE}(S)$$

که تمام متغیرها و پارامترهای آن در فهرست علائم آورده و تعریف شده‌اند. محدودیت $X \sim \text{UE}(S)$ نمایشگر پیروی الگوی جریان در شبکه (یعنی X) از نتیجه یک مساله تخصیص تعادلی استفاده کننده، تحت زمانبندی چراغها (یعنی S) در شبکه است. این محدودیت، حل مساله اصلی تنظیم بهینه چراغها را با مشکل روبرو می‌کند؛ زیرا معمولاً به صورت یک مساله بهینه‌سازی فرمول‌بندی و بیان می‌شود، و از این رو در نظر گرفتن آن در کنار دیگر محدودیتهای صریح ساده نیست. این مدل را که یک مساله بهینه‌سازی دو سطحی است، از این پس مدل بهینه‌سازی چراغهای راهنمایی، با شرایط تعادل استفاده کننده می‌نامیم.

با فرموله کردن مساله تخصیص تعادل ترافیکی استفاده کننده به صورت تکمیلی [19] و طویایی [20] برای هر مجموعه امکانپذیر از زمان سبزه‌های معین S به صورت زیر، می‌توان مساله اصلی تنظیم بهینه چراغهای راهنمایی را به یک مساله یک سطحی تبدیل نمود:

$$\left\{ \begin{array}{l} [T_p(h,S) - u_k] h_p = 0, \quad \forall p \in P_k, k \in I \\ T_p(h,S) - u_k \geq 0, \quad \forall p \in P_k, k \in I \\ T_p(h,S) = \sum_{i \in N'} \sum_{a \in A_i} \delta_{ap} \cdot t_a(h,S) \\ \quad + \sum_{i \in N'} \sum_{a \in A_i} \delta_{ap} \cdot t_a(h), \quad \forall p \in P_k, k \in I \\ \sum_{p \in P_k} h_p - D_k = 0, \quad \forall k \in I \\ h \geq 0, u \geq 0 \end{array} \right. \text{UE}(S) \quad (3)$$

در این صورت حل مساله اصلی بهینه‌سازی چراغها (Mo)، با استفاده از «روشهای بهینه‌سازی غیر خطی متداول»، ممکن می‌گردد. باید توجه داشت که این مجموعه معادلات، غیر محدب است، و پیدا کردن جواب بهینه کلی جهانی⁶ آن مشکل است.

۲- روشهای ابتکاری حل مساله

در این مقاله دو روش ابتکاری، برای حل تقریبی مساله تنظیم بهینه چراغهای راهنمایی (Mo)، ارایه می‌شود. از این روشها می‌توان برای دستیابی به یک حد بالایی، مناسب برای مساله تنظیم بهینه چراغهای راهنمایی استفاده کرد. برای بررسی عملکرد این روشها نیاز به محاسبه یک حد پایینی نیز وجود دارد. برای این منظور از مساله آزادسازی شده یا همان تخصیص



تعادلی بهینه‌ی سیستم، با وجود پارامترهای چراغ، به شکل مدل زیر استفاده می‌شود:

M1:

$$\text{Min } Z(X, S) = \sum_{i \in N'} \sum_{ph=1}^{m_i} \sum_{a \in A_i^{ph}} x_a \cdot t_a(x_a, s_i^{ph}) + \sum_{i \in N'} \sum_{a \in A_i} x_a \cdot t_a(x_a)$$

s.t.

$$\begin{aligned} \sum_{ph=1}^{m_i} s_i^{ph} &= 1, \quad \forall i \in N' \\ s_i^{ph} &\geq s^{\min}, \quad \forall i \in N', ph = 1, \dots, m_i \\ \sum_{p \in P_k} h_p - D_k &= 0, \quad \forall k \in I \\ x_a &= \sum_{k \in I} \sum_{p \in P_k} \delta_{ap} \cdot h_p, \quad \forall a \in A \\ h &\geq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

مدل جایگزین ۱ (مدل همزمان تعادل و برابری نسبت جریان‌ها و زمانبندی‌ها)

در این مدل، از یک سیاست کنترلی ساده برای تنظیم چراغها استفاده می‌شود. بر طبق این سیاست، در هر تقاطع مجهز به چراغ، زمان سبز هر یک از فازهای چراغ، به نسبت جریانهای شاخص استفاده کننده از آن فازها، تخصیص می‌یابد. جریانهای شاخص، به عنوان جریان مربوط به حرکت با بیشترین حجم ترافیک، در بین حرکت‌های هم فاز یک چراغ تعریف می‌شوند. به این ترتیب مدل همزمان تعادل و برابری نسبت جریانها و زمانبندی‌ها به صورت زیر نوشته می‌شود.

M2:

$$\begin{cases} X \sim \text{UE}(S) \\ \frac{s_i^{p_1}}{s_i^{p_2}} = \frac{x_i^{p_1}}{x_i^{p_2}} & : \forall i \in N', p_1 = 1, \dots, m_i, p_2 = 1, \dots, m_i, p_1 \neq p_2 \\ \sum_{ph=1}^{m_i} s_i^{ph} = 1 & : \forall i \in N' \\ s_i^{ph} \geq s^{\min} & : \forall i \in N', ph = 1, \dots, m_i \end{cases} \quad (5)$$

این مدل مربوط به مساله تخصیص تعادلی جریان، در شبکه‌ای با چراغهای هوشمند معمولی است، که قبلاً توسط طویایی [20] مورد بررسی قرار گرفته، و به روش تکمیلی آشتیانی [۱۹] حل شده است. باید توجه داشت که در مساله چراغ هوشمند، در اینجا به مانند طویایی [20]، فرضهای زیر ملحوظ شده‌اند:

- ۱- زمانبندی چراغ در طول دوره زمانی (مثلاً یک ساعت اوج صبح) تغییر نمی‌کند؛ به عبارت دیگر چراغ به صورت لحظه‌ای در طول دوره زمانی هوشمند عمل نمی‌کند،
- ۲- طول دوره تناوب چراغ ثابت است، و به صورت هوشمند تعیین نمی‌شود.

در این مدل از آنجا که حجم‌های ترافیک ورودی به تقاطعها، از قبل مشخص نبوده و پس از حل مساله تخصیص ترافیک معین می‌شوند، زمانبندی نهایی چراغها هم همزمان با حل مساله تخصیص ترافیک، و به صورت تعادلی مشخص می‌شوند. به عبارت دیگر، در این مدل اثرات متقابل نحوه تصمیم‌گیری استفاده‌کنندگان سیستم، در انتخاب مسیر و زمان بندی چراغها بر هم در نظر گرفته می‌شود [20].

مدل جایگزین ۲ (مدل تعادل استفاده‌کننده با زمانبندی‌های تعادل سیستم)

در حالتی که تقاضا خیلی کوچک باشد، عملاً شبکه خلوت بوده، و کوتاهترین مسیرهای استفاده شده بین زوجهای مبدأ - مقصد، در حقیقت بهترین مسیرهای موجود برای سفر هستند. بنابراین، بهینه‌ی سیستم در این حالت، همان بهینه‌ی



استفاده کننده خواهد بود. با افزایش تقاضا بر میزان شلوغی افزوده می شود. این امر باعث استفاده از مسیرهایی می شود، که تنها به دلیل شلوغی مسیرهای بهتر، مورد استفاده قرار گرفته اند. اما اگر شلوغی به میزانی افزایش یابد که عملاً تمام مسیرهای بین زوجهای مبدا - مقصد، در شرایط اشباع مورد استفاده قرار گیرند، هیچ مسیر بهتری برای بهبود وضع سیستم وجود نخواهد داشت؛ و بهینه‌ی سیستم همان بهینه‌ی استفاده کننده خواهد بود. به این ترتیب الگوی جریان در شبکه، در دو حالت «بهینه سیستم» و «تعادل استفاده کننده»، در شرایط شلوغی کم یا زیاد، به هم نزدیک هستند [21]. این مدل از فرض فوق استفاده می کند؛ یعنی فرض می شود که تحت این شرایط، الگوی جریان تعادل استفاده کننده، که از اعمال زمانهای سبز بهینه سیستم به دست آمده است، به الگوی جریان تعادلی بهینه سیستم نزدیک است. در نتیجه تابع هدف مساله اصلی، یا کل تاخیر در شبکه نیز، به تابع هدف بهینه سیستم (حد پایینی مساله اصلی)، نزدیک خواهد بود. در این صورت این مدل که به صورت زیر نمایش داده می شود، جایگزین عملکرد خوبی را به نمایش می گذارد.

M3:

$$X \sim UE(S)$$

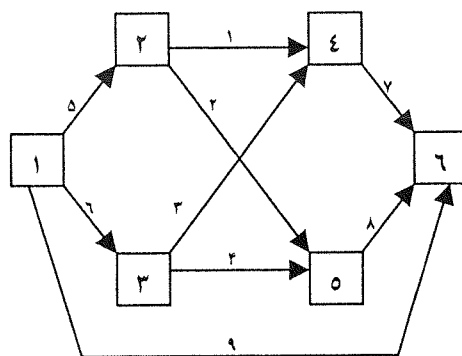
(6)

این مدل جایگزین، همچنین امکان بهبود در روش حل تکراری بهینه سازی - تخصیص، از طریق استفاده از یک نقطه شروع خوب را مورد توجه قرار می دهد. در این مدل از نتیجه حل مدل بهینه سازی با شرایط تعادل سیستم M1 به عنوان زمانبندی های اولیه استفاده می شود. برای صرفه جویی در تعداد تخصیص تعادلی، به انجام تنها یک تخصیص تعادلی کفایت شده است.

حل مسایل نمونه

در این بخش ابتدا با معرفی یک شبکه اسباب بازی، و حل مساله اصلی زمانبندی بهینه چراغهای راهنمایی M_0 و مدل های پیشنهادی توسط نرم افزار GAMS، عملکرد آنها بررسی می شود. به علاوه با حل مدل M1 یک حد پایینی برای مساله تعیین می شود. همچنین با تغییر مقدار تقاضا، عملکرد این مدلها در شرایط مختلف شلوغی بررسی در ادامه، با حل آنها برای یک شبکه با ابعاد متوسط، عملکردشان در حل مسایل واقعی تر مورد ارزیابی قرار می گیرد.

شبکه یانگ



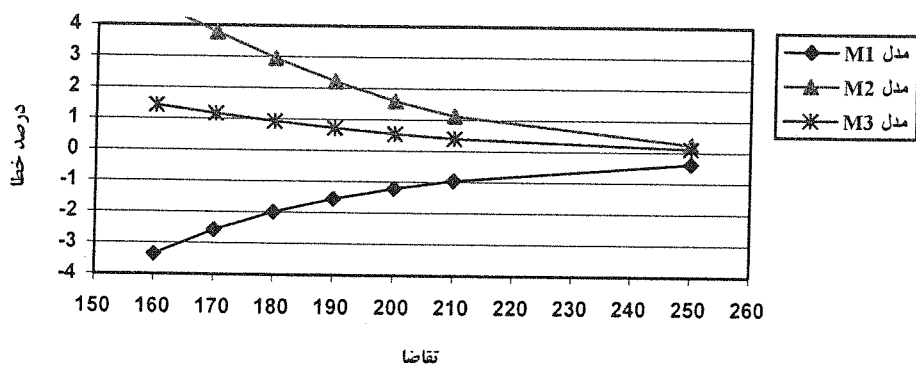
شکل (1): شبکه اسباب بازی یانگ.

$$\begin{aligned}
 t_1 &= 4 + 6/3 * (\frac{x_1}{50})^4 + 250 * \frac{(1-s_1)^2}{110-x_1} & t_5 &= 4 + 1/6 * (\frac{x_5}{50})^4 & t_9 &= 15 + 1/4 * (\frac{x_9}{50})^4 \\
 t_2 &= 2 + 3/2 * (\frac{x_2}{50})^4 + 250 * \frac{(1-s_2)^2}{110-x_2} & t_6 &= 3 + 1/2 * (\frac{x_6}{50})^4 \\
 t_3 &= 3 + 4/7 * (\frac{x_3}{50})^4 + 250 * \frac{(1-s_3)^2}{110-x_3} & t_7 &= 4 + 1/6 * (\frac{x_7}{50})^4 \\
 t_4 &= 4 + 2/5 * (\frac{x_4}{50})^4 + 250 * \frac{(1-s_4)^2}{110-x_4} & t_8 &= 4 + 1/6 * (\frac{x_8}{50})^4
 \end{aligned}
 \tag{7}$$



شبکه یانگ در شکل (۱) نمایش داده شده است. این شبکه دارای ۹ کمان، یک زوج مبدا - مقصد، و ۶ گره‌های شماره ۴ و ۵ در این شبکه تقاطع‌های چراغدار هستند. در این گره‌ها هر کدام از دو کمان ورودی، در یک فاز جداگانه قرار دارند. در این شبکه پنج مسیر بین زوج مبدا - مقصد ۱-۶ قرار دارد. از این میان چهار مسیر از تقاطع‌های چراغدار عبور کرده، و یک مسیر هم توسط کمان طولانی شماره ۹، گره ۱ را مستقیماً به گره ۶ متصل می‌کند. توابع زمان سفر - حجم استفاده شده برای کمانهای این شبکه نیز در شکل (۱) مشخص شده‌اند.

شکل (۲) خلاصه‌ای از خطای مدل‌های مختلف را برای مقادیر مختلف تقاضا نمایش می‌دهد. خطا به صورت درصد اختلاف مقدار تابع $Z(X,S)$ برای جواب هر مدل نسبت به مقدار تابع هدف مدل اصلی M_0 محاسبه شده است.



شکل (۲): نمودار خطای مدل‌های مختلف در حل شبکه یانگ.

اطلاعات، مربوط به خطای مدل‌ها کار بررسی و مقایسه روشها را ساده‌تر می‌کند. مدل M2 بطور صریح رابطه‌ی بین جریانهای کمان و زمان سبز تخصیص داده شده به آنها را تعریف می‌کند. از آنجا که تا تقاضای ۱۵۰، این رابطه به همراه شرط تعادل استفاده کننده ارضا نمی‌شوند، در این محدوده از تقاضا، تحقیق مدل M2 امکان ناپذیر است. در حل این مثال، مدل M3 بطور کلی عملکرد بهتری در مقایسه با مدل M2 از خود نشان داده و خطای آن کمتر از ۱/۵ درصد است.

شبکه سایوکس فالز

شبکه سایوکس فالز، که دارای ابعادی متوسط است، در مراجع بسیاری از جمله [20]، برای بررسی روش حل تکمیلی مورد استفاده قرار گرفته است. این شبکه از ۲۴ گره (۲۰ گره مجهز به چراغ راهنمایی)، ۷۶ کمان، و ۵۵۲ زوج مبدا - مقصد تشکیل شده است. تابع تاخیر هر کمان به صورت زیر است:

$$t_a = V_a + \gamma D_i^a \quad (8)$$

مقدار این تاخیرها از روابط زیر به دست می‌آید:

$$V_a = \alpha_a + \beta_a \cdot (x_a)^4$$

$$D_i^a = \begin{cases} \frac{c_i (1 - s_i^{ph})^2}{2 * (1 - x_a / F_a) * 3600} & , i \in N', a \in A_i^{ph} \\ 0 & , i \notin N' \end{cases} \quad (9)$$

از آنجا که به دلیل ابعاد بزرگ و غیر خطی بودن، حل مدل‌های پیشنهادی در این مقاله، برای شبکه سایوکس فالز توسط نرم‌افزارهای بهینه‌سازی موجود، از جمله GAMS امکان‌پذیر نبود، برای حل مدل‌های M1 و M3 از روش ترکیب کوژ، و برای حل مدل M2 از روش تکمیلی خطی‌سازی شده استفاده شد. برای پیاده‌سازی این روشها برنامه‌هایی برای پیاده‌سازی این روشها تهیه شده است.

در حل مدل (M2) برای شبکه سایوکس فالز برای دستیابی به دقتی معادل ۱۰ ثانیه روی زمان سفر، در مسیرهای فعال



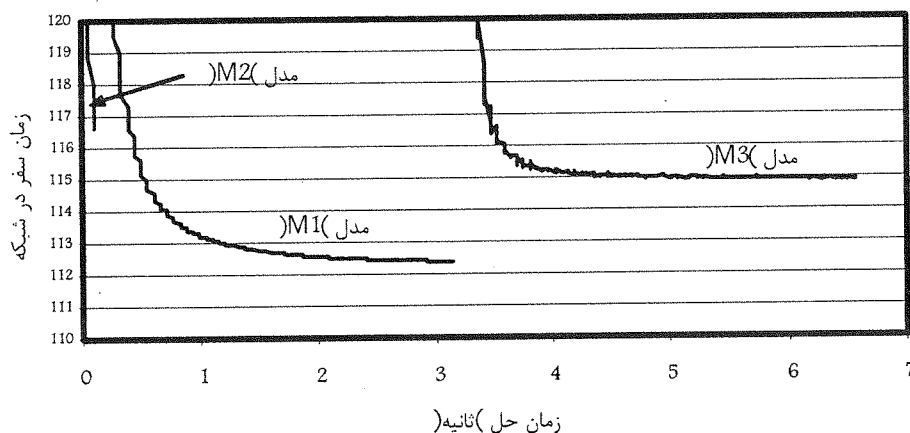
بین هر زوج مبدا - مقصد، الگوریتم تکمیلی با دقت یک درصد خطا در متوسط زمان سفر، به کار گرفته شده است. الگوریتم تکمیلی پس از ۱۳ دور، و حل ۸۷۱ مساله خطی شده، و با صرف زمان ۰/۱۶ ثانیه روی دستگاه PentiumII466، به دقت مورد نظر رسید.

تحت شرایط معادل از نظر دقت روی کل زمان سفر در شبکه، روش ترکیب کوژ با صرف ۳/۱۴ ثانیه و انجام ۲۸۳ تکرار، موفق به حل مدل M1 برای شبکه سایوکس فالز شد. در ادامه و با استفاده از زمانبندی‌های بدست آمده، مدل M3 طی مدت ۳/۴۱ ثانیه، و با انجام ۲۸۲ تکرار ترکیب کوژ، زمان سفری معادل ۱۱۴/۹۰ هزار وسیله همسنگ سواری - ساعت بر روز را در شبکه بدست داد. بدین ترتیب مدل تعادل استفاده کننده با استفاده از زمانبندی‌های مدل بهینه‌سازی و در شرایط تعادل سیستم M3، در مجموع طی مدت ۶/۵۵ ثانیه حل شد. جدول (۱) نتایج حل دو مدل M2 و M3 را نشان می‌دهد.

جدول (۱): مقایسه نتایج حل دو مدل M2 و M3 برای شبکه سایوکس فالز.

مشخصات حل	مدل M2	مدل M3	
		مدل M1 تعادل سیستم	تعادل استفاده کننده
زمان سفر در شبکه (هزار وسیله نقلیه - ساعت در روز)	116/602	112/384	114/9
زمان حل (ثانیه)	0/16	3/14	3/41
تعداد تکرار	13	283	282
حداکثر خطای نسبی (درصد)	3/8	-	2/2

شکل (۳) تغییرات کل زمان سفر در شبکه (تابع هدف سیستم) را در طول حل مثال شبکه سایوکس فالز با این دو روش نشان می‌دهد.



شکل (۳): نمودار تغییرات کل زمان سفر بر حسب زمان حل مدل‌های (M1)، (M2) و (M3) برای شبکه سایوکس فالز.

نتیجه گیری

نتایج محاسبات نشان می‌دهد که استفاده از مدل‌های پیشنهادی در حل مساله تنظیم بهینه چراغهای راهنمایی، توانسته است جوابهایی با دقت مناسب بدست دهد. بنابراین، استفاده از روشهای ابتکاری در حل این مساله، می‌تواند به حل کارای آن در مورد شبکه‌های واقعی کمک کند. در حل شبکه یانگ، مدل M3 بطور کلی بهتر از مدل M2 عمل کرده است. علت این امر طبیعت شبکه آزمایشی است، که در آن تاخیر مربوط به چراغها، در مقایسه با تاخیر سفر در کمان چندان قابل ملاحظه نیست. در حل شبکه سایوکس فالز با ابعاد متوسط، با توجه به عدم امکان دسترسی به جواب بهینه مدل اصلی M_0 ، از معیار حداکثر خطای نسبی استفاده شده است. هر چند برای این مثال نیز عملکرد مدل M3 (از نظر دستیابی به جواب دقیقتر) از عملکرد مدل M2 بهتر است، ولی در مقابل، زمان حل مدل M2، به مراتب کمتر از زمان حل مدل M3 است. در مجموع، مدل‌های پیشنهادی توانسته‌اند در محدوده تقاضاهای متعارف، مساله تنظیم بهینه چراغهای راهنمایی را با خطاهای قابل قبولی حل



فهرست علایم انگلیسی

- a : زیرنویس بیان کننده یک کمان، $a \in A$ ،
 A : مجموعه کمانهای شبکه،
 A_i : مجموعه کمانهای منتهی به گره $i \in N$ ،
 A_i^{ph} : مجموعه کمانهای منتهی به تقاطع چراغدار $i \in N'$ که در فاز ph چراغ سبز را دریافت می کنند،
 c : طول زمان چرخه چراغ،
 c_i : طول زمان چرخه چراغ (برابر ۶۰ ثانیه) مستقر در تقاطع $i \in N'$ ،
 D_k : تقاضای زوج مبدا- مقصد k ،
 D_i^a : متوسط تاخیر ناشی از وجود چراغ راهنمایی در تقاطع i برای جریان در کمان a (ساعت)،
 F_a : نرخ تخلیه در حالت اشباع (همسنگ سواری در یک روز سبز چراغ- در اینجا - برابر $(F_a = 3 * (0/15 * \alpha_a / \beta_a))^{0.25}$)،
 g_1, g_2 : زمان سبز فازهای ۱ و ۲،
 h_p : جریان در مسیر p ،
 h : بردار $\{h_p\}$ با بعد $\sum_{k \in I} |P_k|$ ،
 I : مجموعه مبدا - مقصدها،
 k : زیرنویس بیان کننده یک زوج مبدا- مقصد $k \in I$ ،
 m_i : تعداد فاز چراغ مستقر در تقاطع $i \in N'$ ،
 N : مجموعه گره های شبکه،
 N' : مجموعه گره های (تقاطع های) مجهز به چراغ راهنمایی و $N' \subset N$ ،
 $p \in P_k$: زیرنویس بیان کننده یک مسیر $p \in P_k$ ،
 P_k : مجموعه مسیرهای در دسترس برای جریان بین زوج مبدا - مقصد k (که ممکن است - ولی لازم نیست- تمام مسیرهای اتصال دهنده زوج مبدا- مقصد باشند)،
- s_1, s_2 : نسبت سبز فازهای ۱ و ۲،
 S : بردار زمانهای سبز کلیه چراغهای موجود در شبکه،
 $M1$: مجموعه زمانبندیهای حاصل از حل مدل $M1$ ،
 s_i^{ph} : زمان سبز تخصیص داده شده به فاز ph چراغ مستقر در تقاطع i ،
 s^{min} : حداقل زمان سبز قابل تخصیص به هر فاز چراغ،
 $t_a(x_a)$: متوسط تاخیر ناشی از سفر در کمان $\{a | a \in A_i, i \in N'\}$ ،
 $t_a(x_a, s_i^{ph})$: متوسط تاخیر ناشی از سفر در کمان $\{a | a \in A_i^{ph}, i \in N'\}$ ،
 $t_a(h, S)$: تابع زمان سفر- حجم برای کمان a منتهی به تقاطع چراغدار،
 $t_a(h)$: تابع زمان سفر - حجم برای کمان a منتهی به تقاطع بدون چراغ،
 $T_p(h, S)$: تابع زمان سفر - حجم برای مسیر p ، برابر جمع توابع زمان سفر-حجم کمانهایی که در مسیر p قرار دارند،
 u_k : متغیر دسترسی، کوتاهترین زمان سفر برای زوج مبدا - مقصد k ،
 u : بردار $\{u_k\}$ با بعد $|I|$ ،
 V_a : متوسط تاخیر ناشی از سفر در کمان a (ساعت)،
 X : بردار جریان در کمانها،
 x_a : حجم جریان در کمان $a \in A$ ،
 $x_i^{ph} = \text{Max}\{x_a | a \in A_i^{ph}\}$: جریان شاخص در فاز ph چراغ مستقر در تقاطع $i \in N'$ ، و
 $Z(X, S)$: کل زمان سفر در شبکه است.

مراجع

- [1] R.E. Allsop, Some Possibilities for Using Traffic Control to Influence Trip Distribution and Route Choice, Proceedings of the Sixth International Symposium on Transportation and Traffic Theory, pp.345-374, Elsevier, New York (1974)
- [2] P.J. Tarnoff, Concepts and Strategies—Urban Street Systems, Proceedings of the International Symposium on Traffic Control Systems, Berkeley, California (1979)
- [3] J. Holroyd, Comparison Between a Dynamic Signal Plan Generation System of Area Traffic Control and a Fixed-Time System, TRRL Report LR487, Transport and Road Research Laboratory, Crowthorne (1972)
- [4] D. Braess, Uber ein Paradoxon aus der Verkehrsplanung, Unternehmensforschung 12, pp.256-268 (1968)
- [5] M.J. Smith and T. Van Vuren, Traffic Equilibrium with Responsive Traffic Control, Transportation Science 27, pp.118-132 (1993)
- [6] Y. Sheffi and W.B. Powell, Optimal Signal Setting over Transportation Networks, ASCE Journal of Transportation Engineering, vol.109, no.6, pp.824-839 (1983)
- [7] H. Poorzahedy and M.A. Turnquist, Approximate Algorithms for the Discrete Network Design Problem, Transportation Research 16B, pp.45-55 (1982)
- [8] M.J. Smith, A Local Traffic Control Policy which Automatically Maximises the Overall Travel Capacity of an Urban Road Network, Proceedings of the International Conference on Urban Traffic Control Systems, Berkeley, California (Aug.1979) also Traffic Engineering and Control, pp.298-302 (June 1980)
- [9] C.S. Fisk, Game Theory and Transportation Systems Modelling, Transportation Research 18B, pp.301-313



- (1984)
- [10] C.S. Fisk, Optimal Signal Controls on Congested Networks, Proceedings of the Ninth International Symposium on Transportation and Traffic Theory, VNU Science Press, Delft, The Netherlands, pp.197-216 (1984)
- [11] B.G. Heydecker and T.K. Khoo, The Equilibrium Network Design Problem, Proceedings of the AIRO'90 Conference on Models and Methods for Decision Support, Sorrento, pp.587-602 (1990)
- [12] H. Yang and S. Yagar, Traffic Assignment and Signal Control in Saturated Road Networks, Transportation Research 29A, pp.125-139 (1995)
- [13] H. Yang and S. Yagar, Traffic Assignment and Traffic Control in General Freeway-Arterial Corridor Systems, Transportation Research 28B, pp.463-486 (1994)
- [14] M. Smith, Y. Xiang and R. Yarrow, Descent Methods of Calculating Locally Optimal Signal Controls and Prices in Multi-modal and Dynamic Transportation Networks, Transportation Networks: Recent Methodological Advances, Selected Proceedings of the 4th EURO Transportation Meeting, Ed. Bell M.G.H. (1998)
- [15] J. Clegg, M. Smith, Y. Xiang and R. Yarrow, Bilevel Programming Applied to Optimising Urban Transportation, Transportation Research 35B, pp.41-70 (2001)
- [16] J. Clegg and M. Smith, Cone Projection versus Half-Space Projection for the Bilevel Optimisation of Transportation Networks, Transportation Research 35B, pp.71-82 (2001)
- [17] M.J. Maher, X. Zhang and D. Van Vliet, A Bi-Level Programming Approach for Trip Matrix Estimation and Traffic Control Problems with Stochastic User Equilibrium Link Flows, Transportation Research 35B, pp.23-40 (2001)
- [۱۸] کاوه فرخی سعدآبادی، تنظیم بهینه چراغهای راهنمایی در شبکه، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۸۰.
- [19] H.Z. Aashtiani, The Multi-Modal Traffic Assignment Problem, Ph.D. Dissertation, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts (1979)
- [۲۰] شهاب الدین طویایی، حل جریان تعادلی با توابع زمان سفر-حجم چند متغیره در شبکه های واقعی، پایان نامه کارشناسی ارشد، موسسه عالی پژوهش در برنامه ریزی و توسعه، ۱۳۷۷.
- [21] Y. Sheffi, Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods, Prentice-Hall, New Jersey, (1985)

i و α_a : پارامترهای ثابت برای هر کمان،

γ : ضریب تاثیر تاخیر ناشی از وجود چراغ راهنمایی در تقاطع انتهایی کمان (برابر ۵)،

δ_{ap} : برابر است با ۱ اگر کمان در مسیر p باشد، در غیر اینصورت برابر صفر است.

زیر نویسها

- 1-Optimal Control Problem
- 2-Bureau of Public Roads-BPR
- 3-Variational Inequalities
- 4-Green Ratio
- 5-Bilevel Descent Algorithms
- 6-Global Optimum

