

# اصلاح روش کلاسیک مانکمن - گرانت با استفاده از مکانیک آسیب پیوسته برای سوپر آلیاژها

محمود موسوی مشهدی

دانشیار

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی، دانشگاه تهران

مهندی سلیمی

دانشجوی کارشناسی ارشد

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی، دانشگاه تهران

فرهاد جاویدراد

استادیار

دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه هوانی شهری ستاری

## چکیده

اجزای ساختاری که در دماهای بالا کار می‌کنند، بیشتر در اثر آسیب خزشی که از شکل‌گیری، رشد و ادغام میکروحرفه‌ها حاصل می‌شود، به حالت و اماندگی می‌رسند. برای پیش‌بینی طول عمر خزشی، روش‌های متعددی پیشنهاد شده است. یکی از روش‌های مهندسی پرکاربرد روش مانکمن - گرانت (M-G) است. در این تحقیق، به دلیل اهمیت مرحله‌ی سوم خزش در سوپر آلیاژها، اصلاحاتی بر این مدل اجرا شده است تا مقدار برآکندگی نتایج تجربی، نسبت به مقادیر پیش‌بینی شده اصلاح شود. در این مقاله با استفاده از مکانیک آسیب پیوسته، روش M-G اصلاح شده و آنکه طول عمر خزشی سوپر آلیاژ IN738LC محاسبه شده است.

## کلمه‌های کلیدی

خزش، سوپر آلیاژها، مکانیک آسیب پیوسته، مانکمن - گرانت

## Modifying the Classic M-G Method Using CDM for Superalloys

M. Salimi

MSc.student

Department of Mechanical Engineering,  
Faculty of Engineering,  
University of Tehran

M. Mosavi Mashadi

Associate Professor

Department of Mechanical Engineering,  
Faculty of Engineering,  
University of Tehran

F. Javidrad

Assistant Professor

Department of Aerospace Engineering,  
AirForce Academy of Shahid Sattari

## Abstract

The component operating at elevated temperature usually fails because of creep damage resulted from formation, growth and combination of micro-voids. To predict the creep life, a number of methods have been suggested. One of them is Monkman-Grant (M-G)

*relationship that is widely applied in engineering problems.*

*In order to adjust the variation between the empirical and theoretical results and because of the importance of the third phase of creep this model has been modified. In this work, the M-G method has been modified to give a more accurate result by using the Continuum Damage Mechanics and then, the creep life of IN738LC has been determined. The results show that the predicted creep life determining from the modified model demonstrates good agreement with that of the Koul-Castillo model due to pay more attention to the third stage of creep in the presented study model.*

## Keywords

*Creep, Superalloys, M-G route, Continuum Damage Mechanics*

## مقدمه

سوپرآلیاژها، کاربرد فراوانی در صنعت توربین دارند و چون در دمای بالا قرار می‌گیرند، یکی از مکانیزم‌های اصلی واماندگی، آن‌ها واماندگی در اثر خروش است. روش‌های گوناگونی برای ارزیابی طول عمر خروشی مواد مختلف، ارائه شده است. یکی از روش‌های کلاسیک، روش مانکمن - گرانت است که با توجه به نتایج تجربی، به دست کول و کاستیلو اصلاح شده است. در این مقاله، روش کلاسیک مانکمن - گرانت با استفاده از مکانیک آسیب پیوسته اصلاح شده است و از آنجا که برای تعیین پارامترهای مادی مکانیک آسیب پیوسته از داده‌های مربوط به روش کول - کاستیلو استفاده می‌شود، روش کول - کاستیلو نیز به اختصار بررسی شده است.

## روش کلاسیک مانکمن - گرانت

یکی از روش‌های پیش‌بینی طول عمر خروشی مواد، استفاده از روش مانکمن - گرانت است که از برآش نتایج تجربی به صورت زیر بیان شده است [1]:

$$t_f \dot{\varepsilon}_s^{m_1} = c \quad (1)$$

می‌شود؛ به همین دلیل این روش نیاز به اصلاح دارد.

## مدل مکانیک آسیب پیوسته

تعیین آسیب، با اندازه‌گیری سطح عیوب، عملی مشکل و یک تست مخرب است. برای تعیین آسیب از روشی غیر مستقیم؛ یعنی، از اثر آسیب بر رفتار مکانیکی ماده استفاده می‌شود. با توجه به مفهوم تنش مؤثر و با فرض تعادل کرنش، از قانون رفتاری ماده برای حالت آسیب‌دیده با جا به جا کردن تنش مؤثر و تنش ظاهری می‌توان همچنان استفاده کرد. کاچانف [2] اولین کسی بود که مفهوم تنش مؤثر را برای مدل کردن گسست خروشی بیان کرد. وی پارامتر پیوستگی،  $1 \leq \phi \leq 0$ ، را برای بیان آسیب تدریجی ساختار میکروسکوپی ماده، تحت شرایط خروشی تعریف کرد. اگر آسیب  $D$  فقدان سطح مؤثر را نشان دهد، سطح واقعی تحمل بار برابر با  $A_0(1-D)$  (یا  $\sigma_0\phi A_0$ ) خواهد بود و در نتیجه تنش مؤثر برابر  $\bar{\sigma}$  می‌شود:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{1-D} \quad (2)$$

این موضوع به ارتباط آسیب و رفتار مکانیکی ماده می‌انجامد که می‌تواند به طور پیوسته، تکامل آسیب ماده را ارزیابی کند. این رابطه برای خروش به صورت:

$$\dot{D} = g(\sigma, D) \quad (3)$$

پیشنهاد شده است [3]. که در آن  $\sigma$  تنش اعمالی،  $D$  پارامتر آسیب خروشی و نقطه، نشان دهنده‌ی دیفرانسیل نسبت به زمان

است.

از طرفی معادلات اساسی خزش و تکامل آسیب با استفاده از مفهوم تنش موثر به صورت زیر بیان شده اند [۱]:

$$\frac{d\varepsilon_c}{dt} = A \left( \frac{\sigma}{1-D} \right)^n \quad (\text{معادله‌ی اساسی نرخ کرنش}) \quad (4)$$

$$\frac{dD}{dt} = B \left( \frac{\sigma}{1-D} \right)^n \quad (\text{معادله‌ی اساسی تکامل آسیب}) \quad (5)$$

که با انتگرال گیری از (۵) با عوامل شرایط مرزی:  $t = 0 \Rightarrow D = 0$  ،  $t = t_f \Rightarrow D = D_f$  نتیجه می‌شود:

$$I - D = \left[ I - (1+\nu)B\sigma^n t_f \right]^{\frac{1}{1+\nu}} \quad (6)$$

و در حالت واماندگی ( $t = t_f$ ) مقدار آسیب برابر با واحد در نظر گرفته می‌شود. پس:

$$I - (1+\nu)B\sigma^n t_f = 0 \quad (7)$$

$$\Rightarrow t_f = \frac{1}{B(1+\nu)\sigma^n}$$

### اصلاح روش مانکمن - گرانات با استفاده از مکانیک آسیب پیوسته

همان طور که اشاره شد در روش مانکمن - گرانات، مرحله‌ی سوم خزش و تغییرات ساختاری ایجاد شده، در این مرحله در نظر گرفته نمی‌شوند. از سویی طول عمر مرحله‌ی سوم خزشی در سوپرآلیاژها اهمیت زیادی دارد و به خاطر قیمت بالای این قطعات استفاده‌ی هر چه بیشتر و البته اینم از این قطعات همواره مورد توجه بوده است. در این قسمت به کمک معادلات اساسی مکانیک آسیب پیوسته (معادلات (۴) و (۵)) روش کلاسیک مانکمن - گرانات اصلاح خواهد شد.

در شروع کار، قطعه بدون آسیب است و می‌توان طول عمر خزشی را که شامل مراحل اول و دوم خزشی است، با استفاده از رابطه مانکمن - گرانات محاسبه کرد. در این مرحله برای تعیین نرخ کرنش خزشی از قانون توانی نورتون ( $\dot{D} = A\sigma^n$ ) استفاده می‌شود. اگر قطعه بیشتر کار کند، رژیم خزشی، وارد مرحله‌ی سوم خزش می‌شود و ماده به صورت آسیب دیده عمل می‌کند. پس برای تعیین نرخ کرنش خزشی در این مرحله باید از معادله‌ی اساسی ارائه شده در مکانیک آسیب پیوسته (معادله (۴)) استفاده کرد.

از سویی در این معادله برای تعیین نرخ کرنش خزشی باید پارامتر آسیب  $D$  مشخص باشد که با استفاده از معادله‌ی اساسی (۵) مقدار آسیب قابل محاسبه است. پس در مرحله‌ی دوم با استفاده از معادله (۶) (نتیجه شده از معادله (۵)) مقدار آسیب را برای زمان کارکرد محاسبه شده در مرحله‌ی قبل بدست آورده و با استفاده از آن، نرخ کرنش خزشی تعیین کنیم. با دیگر با استفاده از رابطه‌ی مانکمن - گرانات کلاسیک، طول عمر خزشی در مرحله‌ی سوم محاسبه می‌شود. در حقیقت با توجه به مفهوم تنش موثر در این مرحله، ماده آسیب دیده به صورت یک ماده‌ی بدون آسیب فرض می‌شود که تحت تنش مؤثر قرار گرفته است و طول عمر خزشی مراحل اول و دوم برای این ماده‌ی فرضی با استفاده از رابطه مانکمن - گرانات کلاسیک محاسبه می‌شود. این طول عمر محاسبه شده، همان طول عمر مرحله‌ی سوم خزشی ماده‌ی آسیب دیده است. پس طول عمر خزشی ماده مجموع طول عمرهای محاسبه شده در دو مرحله‌ی فوق است. در ادامه، مقدار آسیب با طول عمر محاسبه شده (مجموع طول عمرهای دو مرحله) ارزیابی می‌شود و اگر کمتر از مقدار بحرانی آن بود، مرحله‌ی دوم مجددأ تکرار خواهد شد.

قابل توجه است که علاوه بر پیش‌بینی طول عمر خزشی ماده با استفاده از این روش، می‌توان مقدار آسیب ماده را که به صورت غیرخطی تغییر می‌کند در هر زمان ارزیابی کرد و طول عمر باقیمانده‌ی ماده را به دست آورد. در قسمت بعدی، طول عمر خزشی سوپرآلیاژ IN738LC با استفاده از این روش محاسبه شده است. برای این محاسبه با استفاده از روش اصلاح شده مانکمن - گرانات، ابتدا باید پارامترهای ماده مربوط به معادلات مکانیک آسیب پیوسته ( $n, B, A$ ) را تعیین کرد.

برای سوپر آلیاژ IN738LC حداقل نرخ کرنش خزشی، با توجه به نتایج تجربی، به صورت:

$$\dot{\varepsilon}_{\min} = 1.5 \times 10^{-11} \exp(0.025\sigma) \quad (8)$$

بیان شده است (شکل (۱))<sup>[۵]</sup>. با استفاده از روش کمترین مجموع مربعات و نتایج حاصل از معادله (۸) می‌توان حداقل میزان کرنش خزشی را به صورت زیر بیان کرد (قانون توانی نورتون):

$$\dot{\varepsilon}_s = A\sigma^n$$

$$\sigma < 300 \text{ MPa} : A = 1.23925 \times 10^{-17}, n = 3.57147 \quad (9)$$

$$\sigma > 300 \text{ MPa} : A = 5.10549 \times 10^{-40}, n = 12.67366$$

در شکل (۲) تطابق نتایج حاصل از دو معادله (۸) و (۹) نشان داده شده است.

در این مقاله برای تعیین پارامترهای مادی مربوط به معادله تکامل آسیب (B) و (۷) از پارامترهای مادی رابطه‌ی کول - کاستیلو استفاده شده است.

کول و کاستیلو با تجزیه و تحلیل نتایج تجربی مجموع طول عمرهای خزشی مراحل اول و دوم را به صورت زیر بیان کردند:

$$t_p + t_s = k\dot{\varepsilon}_s^{-m} \quad (10)$$

که در آن  $k$  و  $m$ - ثابت‌های مادی و مستقل از دما هستند. از سوی دیگر نشان دادند که طول عمر مرحله‌ی سوم خزشی با عمر گسست، رابطه‌ی خطی دارد (این موضوع در شکل (۳) برای سوپر آلیاژ IN738LC نشان داده شده است) و رابطه‌ی زیر را ارائه کردند<sup>[۶]</sup>:

$$t_t = bt_f^{n_1} \quad (11)$$

که مجموع طول عمر مرحله‌های اول، دوم و سوم می‌شود:

$$t_f = t_p + t_s + t_t \Rightarrow t_f = bt_f^{n_1} + k\dot{\varepsilon}_s^{-m} \quad (12)$$

با فرض  $n_1 = 1$  نتیجه می‌شود:

$$t_f = \frac{k}{(1-b)\dot{\varepsilon}_s^m} \quad (13)$$

که در آن  $k$ ،  $b$  و  $m$  پارامترهای مادی، مستقل از دما و در جدول (۱) آورده شده‌اند. غیر نیز حداقل نرخ کرنش خزشی است. در روش بالا طول عمر مرحله‌ی سوم خزش نیز منظور شده است و در نتیجه، تغییرات ساختاری ایجاد شده در ماده نیز بر طول عمر ماده اثر گذار می‌باشد.

پس می‌توان طول عمرهای به دست آمده از روش مکانیک آسیب پیوسته در معادله (۷) و روش کول - کاستیلو، (۱۳)، را هم ارز با هم قرار داد:

$$\frac{k}{(1-b)A^m \sigma^{mn}} = \frac{1}{B(1+\nu)\sigma^\nu}$$

$$\Rightarrow \nu = mn, B = \frac{(1-b)A^m}{k(1+nm)} \quad (14)$$

با توجه به جدول (۱) و رابطه‌ی (۹) نتیجه می‌شود:

$$\sigma < 300 \text{ MPa} \Rightarrow \nu = 3.57174 \times 0.8246 = 2.945257, B = 4.59749 \times 10^{-15}$$

$$\sigma > 300 \text{ MPa} \Rightarrow \nu = 10.4507, B = 5.50799 \times 10^{-34}$$

حال پارامترهای مادی موجود در مدل مکانیک آسیب پیوسته برای سوپر آلیاژ IN738LC مشخص هستند و می‌توان از روابط به دست آمده از این مدل استفاده کرد. طول عمر خزشی سوپر آلیاژ IN738LC با استفاده از مکانیک آسیب پیوسته و با به کار بردن معادله (۷) برای تنش ۲۰۰ مگاپاسکال به صورت زیر به دست می‌آید:

$$t_f = \frac{1}{B(1+\nu)\sigma^\nu} \Rightarrow t_f = 2558.45 \text{ hr} \quad (7)$$

با استفاده از روش کول - کاستیلو نتیجه می‌شود:

$$t_f = \frac{k}{(1-b)\dot{\epsilon}_s^{m_1}} \Rightarrow t_f = 2390 \text{ hr} \quad (13)$$

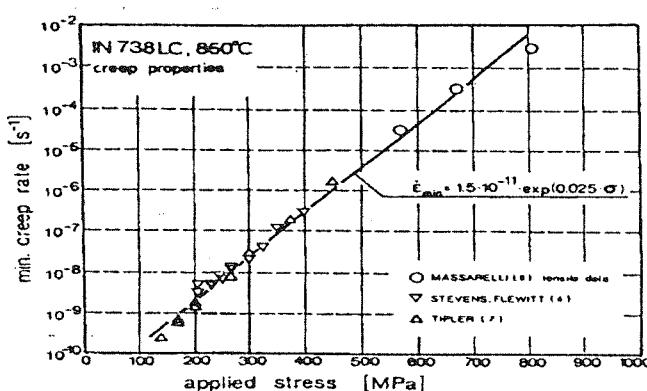
و با استفاده از روش اصلاح شده در این مقاله نتیجه می‌شود:

$$t_f = \frac{C}{\dot{\epsilon}_s^{m_1}} \quad (\text{رابطه مانکمن - گرانت کلاسیک}) \quad \text{در شروع کار قطعه:}$$

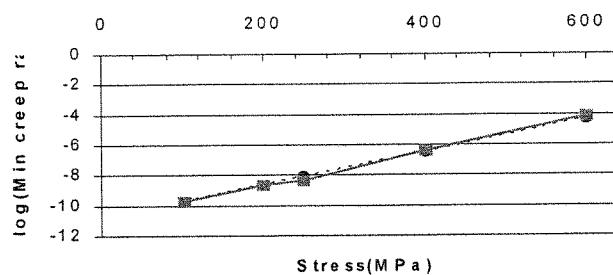
که در آن  $C$  و  $m_1$  با توجه به شکل (۴) مشخص می‌شوند. زمان به دست آمده در این مرحله ۱۸۶۷.۹ ساعت است. با استفاده از معادله (۶) در زمان  $3600 \times 1867.9$  ثانیه و تحت تنش ۲۰۰ مگاپاسکال نتیجه می‌شود:  $1-D=0.7181$  نتیجه نرخ کرنش در این زمان  $6.68 \times 10^{-9}$  خواهد بود (با استفاده از معادله (۴)). با جای گذاری کرنش خزشی به دست آمده (برای مرحله سوم خزش) در معادله، مانکمن - گرانت، زمان گستاخ مرحله سوم خزشی ۷۶۲ ساعت به دست می‌آید که می‌تواند با زمان محاسبه شده برای مراحل اول و دوم جمع شود و در نتیجه طول عمر خزشی برابر با ۲۶۳۰ ساعت خواهد شد. در این مرحله بار دیگر باید مقدار آسیب را محاسبه کرد و اگر از آسیب بحرانی (که مقداری کمتر از یک است) کوچکتر بود، مرحله دوم مجدد تکرار خواهد شد تا طول عمر خزشی سوپر آلیاز IN738LC به دست آید. برای تکرار مرحله دوم دو راه وجود دارد. اول آنکه می‌توان مقدار آسیب را با تنش ظاهری ۲۰۰ مگاپاسکال و مجموع زمان‌های محاسبه شده قبلي به دست آورد. دیگر آنکه می‌توان با استفاده از تنش مؤثر در هر مرحله و مدت زمان کارکرد ماده تحت این تنش، مقدار آسیب ایجاد شده در هر مرحله را محاسبه و با آسیب قبلي جمع کرد. در شکل (۵) تطابق آسیب‌های اندازه‌گیری شده با دو روش فوق نشان داده شده است. در جدول (۲) نتایج حاصل از روش‌های مانکمن - گرانت، کول - کاستیلو، مکانیک آسیب پیوسته و روش ارائه شده در اینجا با هم مقایسه شده‌اند و مشاهده می‌شود که طول عمر پیش‌بینی شده با این روش، تقریباً مطابق با نتایج حاصل از روش‌های کول - کاستیلو و مکانیک آسیب پیوسته است. طول عمر پیش‌بینی شده با روش مانکمن - گرانت کمتر از دیگر پیش‌بینی‌هاست که دلیل آن منظور نشدن مرحله سوم خزش در آن روش است.

## نتیجه گیری

در این مقاله با استفاده از روش مکانیک آسیب پیوسته، رابطه مانکمن - گرانت کلاسیک اصلاح شده است تا بتوان در پیش‌بینی‌ها طول عمر مرحله سوم خزش را نیز منظور کرد. همان‌طور که در جدول (۲) مشاهده می‌شود نتایج حاصل از این روش به نتایج به دست آمده از روش کول - کاستیلو نزدیک است. هنچین، با توجه به تغییرات غیر خطی آسیب و تنش مؤثر (شکل‌های (۶) و (۷)) از این روش می‌توان برای پیش‌بینی طول عمر باقیمانده مواد نیز استفاده کرد (در روش کول - کاستیلو این امکان وجود ندارد و عمر باقیمانده به صورت خطی قابل محاسبه است). از سوی دیگر با تعیین مقدار آسیب بحرانی به صورت تجربی (واحتمالاً در نظر گرفتن یک ضریب اطمینان مناسب) می‌توان با استفاده حداقل از طول عمر خزشی ماده از واماندگی کامل قطعه نیز جلوگیری کرد.



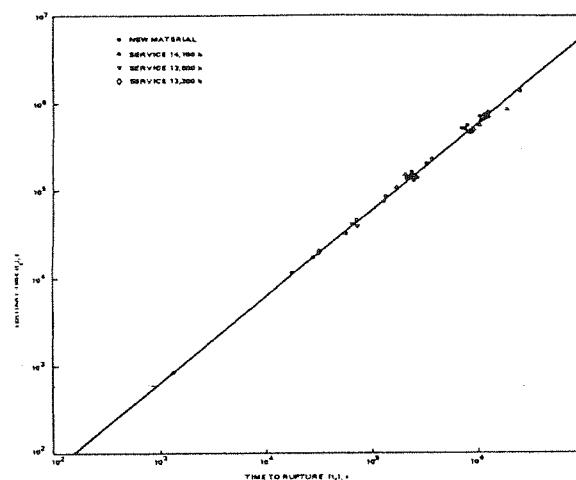
شکل (۱): حداقل نرخ خزشی به عنوان تابعی از تنش اعمال شده برای سوپر آلیاز IN738LC.



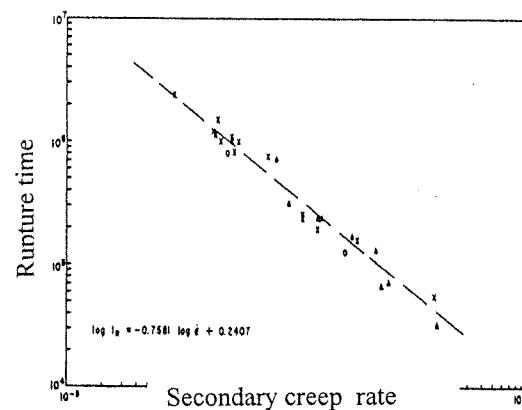
شکل (۲): تطبیق نتایج حاصل از دو معادله (۸) و (۹) (معادله (۸) و معادله (۹)) [۷].

جدول (۱): مقادیر تجربی ثابت‌های مادی معادله (۱۳) برای سوپر آلیاز IN738LC [۶]

k	m	b	n
0.2199	0.8246	0.6515	0.996

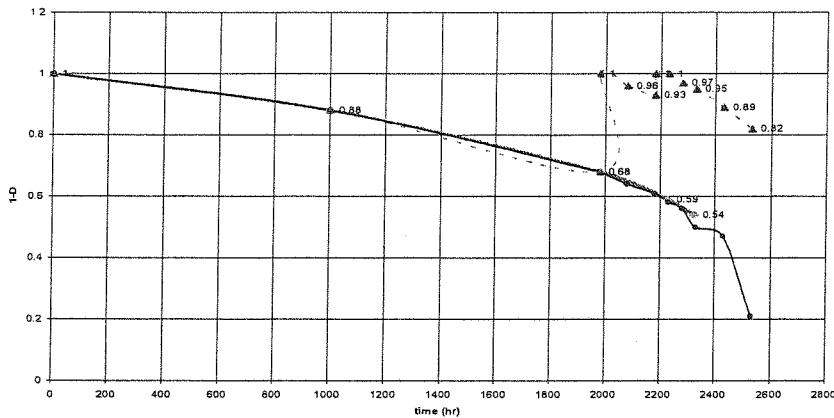


شکل (۳): رابطه‌ی بین طول عمر گسست و عمر مرحله‌ی سوم خزشی برای سوپر آلیاز IN738LC [۶].



شکل (۴): زمان گسست در برابر نرخ خزش برای سوپر آلیاز IN738LC (×) بر مبنای رابطه‌ی M-G داده‌های خزشی IN738LC کار کرده نیز نشان داده شده‌اند (○، △، ▲) [۶].

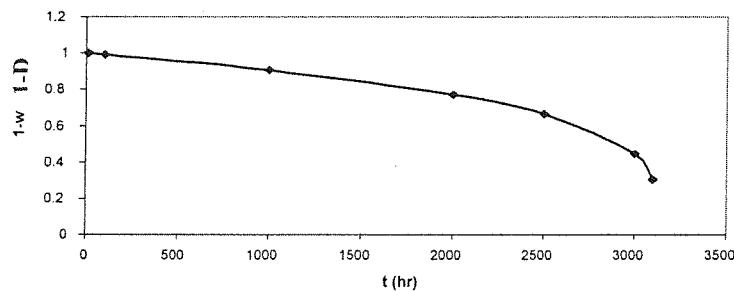




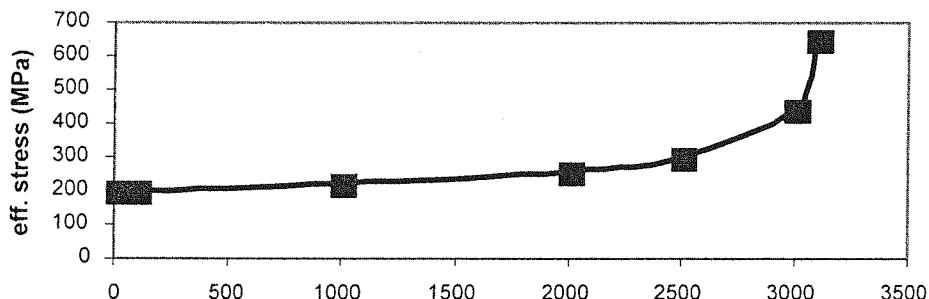
شکل(۵): تطابق آسیب اندازه‌گیری شده در هر مرحله (آسیب اندازه‌گیری شده در هر مرحله، آسیب اندازه‌گیری شده با تنش ثابت و مجموع آسیب‌های ایجاد شده در مراحل مختلف) [۷].

جدول(۲): مقایسه‌ی طول عمرهای پیش‌بینی شده با روش‌های مختلف در تنش ۲۰۰ مگاپاسکال (D=1) [۷].

مانکمن - گرانت	کول - کاستیلو	مکانیک آسیب پیوسته	روش اصلاح شده
1867	2390	2558	2630



شکل (۶): تکامل آسیب در برابر زمان برای سوپر آلیاز C [۷]



شکل (۷): افزایش غیر خطی تنش موثر با گذشت زمان (نمودار تنش ظاهری ۲۰۰ برابر سوپر آلیاز C) [۷]

## مراجع

- [1] A.K.Koul, R. Castillo and K.willett, 'creep life prediction in Ni-based super alloys', Material Science and Engineering, vol. 66, pp. 213-226 (1984)
- [2] J. L. Chaboche, Continuum Damage Mechanics: ASME Journal of Applied Mechanics part I-General Concepts, vol.55, pp 54-64 (1988)
- [3] J.M. Rongvaux, J. Y. Guedou,'Mechanisms of fatigue and creep damage of two superalloys for turbine blades', proceeding of the symposium in High temperature Fracture Mechanisms and Mechanics, European Group on Fracture (1990)
- [4] M. Zyckowski , 'Creep damage evolution equations expressed in terms of dissipated power', Int. J. of Mechanical Science, vol.42, pp. 755-769 (2000)
- [5] B. Buchmayr ,W. Hofflener, 'Some interaction of creep and fatigue in IN738LC at  $850^{\circ}C$ ', proceeding of the symposium in High Temperature Alloys for Gas Turbine 1982, Netherlands(1982)
- [6] R. Castillo, A.K.Koul and E.H.Toscano, 'Life time prediction under constant load creep condition for a cast Ni-base super alloy'. J. of Eng. For Gas Turbines and Power, vol. 109, pp.101-109(1987)
- [7] مهدی سلیمی، مکانیک آسیب پیوسته، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده فنی، دانشگاه تهران، ۱۳۸۲

