

معرفی مکانیزم جدید تاخوردگی در دیوارهای هانی کمب تحت بارگذاری‌های شبه استاتیکی و تعیین استحکام تاخوردگی کامل هانی کمب

غلامحسین لیاقت

استاد

بخش مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس

جمال زمانی

دانشجوی دکتری

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس

حمیدرضا داغیان

دانشیار

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

مجتبی صدیقی

استادیار

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

چکیده

بررسی سازه‌های متخلخل بصورت عام و هانی کمب‌ها بصورت خاص، بعنوان یک سازه ناپیوسته که در ساختمان آن از دیوارهای جدار نازک استفاده شده است، به دلیل دو امتیاز اساسی، یکی نسبت استحکام به وزن بسیار بالا و همچنین توانایی قابل ملاحظه جذب انرژی از اهمیت فوق‌العاده‌ای برخوردار است. بدین لحاظ در این مقاله به جهت ارائه مدل تحلیلی برای مچالگی و تاخوردگی هانی کمب در مقابل بارهای فشاری، ابتدا یک جزء کوچک از دیواره سلول این سازه تحت نام المان گوشه معرفی و سپس تنوعی از مکانیزم‌های تاخوردگی برای المان گوشه ارائه شده است. سپس به بررسی مکانیزم‌های متفاوت تاخوردگی پرداخته و یک نوع جدید از آن تحت نام مکانیزم تاخوردگی مختلط (Mixed Mechanism) ارائه و نهایتاً با استفاده از روش انرژی و با شناخت از کلیه پارامترهای تأثیرگذار به تحلیل رفتار المان گوشه پرداخته می‌شود. مقایسه نیروی تاخوردگی کامل و استحکام حاصل از مدل این مقاله با نتایج تجربی و همچنین نتایج تئوری دیگر محققین نشان‌دهنده جواب‌های مطلوب و مناسب این مقاله می‌باشد.

کلمات کلیدی

هانی کمب، سازه‌های متخلخل، استحکام تاخوردگی

Introducing a New Folding Mechanism Determining Crushing Strength of Honeycomb

J. Zamani

Assistant Professor

Mechanical Engineering Department,
KNT University of Technology

G. Liaghat

Professor

Mechanical Engineering Department,
Tarbiat Modarres University

M. Sadighi

Assistant Professor

Mechanical Engineering Department,
Amirkabir University of Technology

H. Daghyani

Associate Professor

Mechanical Engineering Department,
Amirkabir University of Technology

Abstract

The paper discusses all different types of folding mechanism in honeycomb structures. A new folding mechanism named "Mixed Mechanism" is introduced for determining the crushing strength of hexagonal cell honeycombs subjected to axial quasi-static loading. The theoretical solution has been compared with experimental results published in literatures and an excellent correlation has been obtained. This solution can replace the less accurate earlier analysis of the same problem due to Wierzbicki.

Keywords

Honeycomb, Folding Mechanism, Energy Absorption.

مقدمه

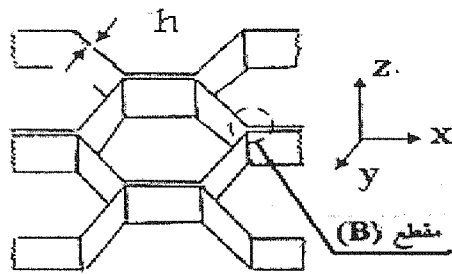
هانی کمبها شامل یک سری سلول‌های لانه زنبوری می‌باشند که در ساختمان آن از ورقه‌های جدار نازک استفاده گردیده است و معمولاً اشکال سلولها بصورت شش ضلعی می‌باشد. مقاومت در مقابل بارگذاری یکی از خواص عمده و کلیدی هانی کمبها بوده که پایداری و عدم پایداری آنرا در یک کاربرد خاص تعیین می‌نماید. سازه‌های هانی کمبی بعلاوه توانایی بسیار زیاد در جذب انرژی و نسبت استحکام به وزن بالای آن بعنوان یک پتانسیل بسیار توانمند در عرصه صنایع گوناگون به صورت گسترده کاربرد دارند [۱]. لذا استخراج یک مدل ریاضی مرتبط با رفتار هانی کمب کمک شایانی در رابطه با طراحی و بکارگیری آن در عمل خواهد بود. از این رو اولین بار آقای ورزبیک [۳] با معرفی یک جزء کوچک از هندسه سازه‌های هانی کمبی تحت نام المان گوشه به ارائه یک مدل تحلیلی برای رفتار این المان و نهایتاً تعمیم آن به کل سازه نمود.

المان گوشه از ابتدا تا انتهای بارگذاری که مچالگی کامل در آن رخ می‌دهد، دچار تاخوردگی می‌گردد که با کاهش طول موج تاخوردگی میزان جذب انرژی در آن افزایش می‌یابد. لذا اندازه تاخوردگی و میزان جذب انرژی در المان علاوه بر متغیرهای هندسه المان و نرخ بارگذاری تابعی از نوع (مکانیزم) تاخوردگی می‌باشد [۱۰]. که این خود نیاز مبرم به شناخت انواع تاخوردگی‌ها را اجتناب ناپذیر می‌نماید. المان گوشه معرفی شده توسط ورزبیک [۳] تابع مکانیزم تاخوردگی غیر انبساطی می‌باشد.

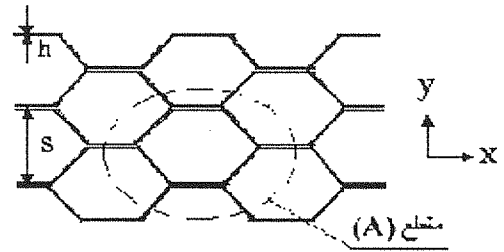
در سالهای اخیر تنوعی از مکانیزمهای تاخوردگی توسط دیگر محققین معرفی گردیده است [۵]. و همچنین تحلیل ستونهای توخالی و سازه‌های هت (hat) شکل استوار بر مکانیزمهای متفاوتی انجام پذیرفته و مشخص گردیده است که نوع مکانیزم تاخوردگی بی‌تأثیر از هندسه اولیه سازه نمی‌باشد [۶]. در مباحث تئوری با در نظر گرفتن حالت ابتدائی المان (تانه‌خورده) و حالت نهائی (کاملاً تاخوردده)، میزان انرژی مصرفی بصورت تابعی از مسیر تغییر فرم بین حالت اولیه و انتهای معرفی می‌گردد. از نکات مهم و قابل ذکر در هانی کمب اینکه، دیواره‌های سلول همانند صفحات جدار نازک تحت بارهای فشاری براحتی تحت خمش قرار می‌گیرند ولی کشش و انبساط براحتی در آنان رخ نمی‌دهد. لذا شناسایی مناطق و نواحی مختلف سطوح یک المان که تحت خمش یا انبساط قرار دارد از اهمیت بسزائی برخوردار می‌گردد [۵]. به همین علت می‌توان نتیجه گرفت که تاخوردگی و مچالگی دیواره‌های هانی کمب تحت خمش بوده و به دلیل تغییر فرمهای بزرگ بررسی انرژی کرنشی (در منطقه الاستیک) و نرخ انرژی مصرفی (در منطقه خمیری) از اهمیت خاصی برخوردار می‌باشد [۵].

۱- المان گوشه

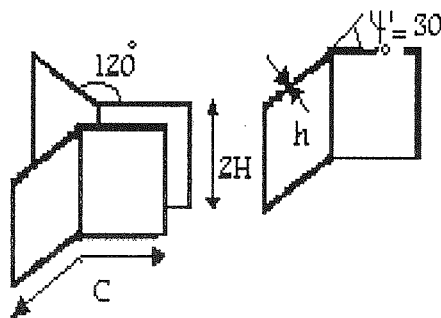
پیچیدگی شکل هندسی سازه‌های هانی کمب، تحلیل سازه را بصورت یک مجموعه واحد مشکل می‌نماید، جهت حل این مسئله، انتخاب یک جزء کوچکتر از کل سازه که دارای پیوستگی ماده باشد مورد تحلیل و بررسی قرار داده و نهایتاً تعمیم رفتار این جزء کوچک به کل سازه انجام می‌پذیرد. در این راستا ورزبیک [۳]، المان گوشه که در حقیقت جزء کوچکی از یک دیواره سلول هانی کمب می‌باشد را معرفی نمود. شکل (۱)



شکل (1-b) نمای مقطع (A).



شکل (1-a) نمای هانی کمب با تعدادی سلول.

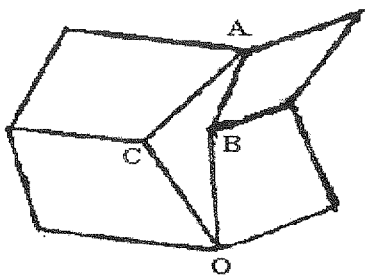


شکل (1-c) نمای مقطع (B)، سمت راست المان گوشه و سمت چپ المان پایه.

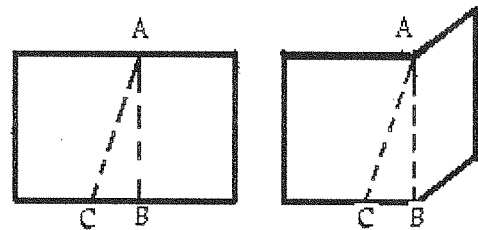
مدل تحلیلی حاکم بر رفتار المان هانی کمب تحت نام مکانیزم تاخوردگی شبه غیر انبساطی توسط ورزبیکي معرفی شده است، و بعد از گذشت دو دهه مدل دیگری برای رفتار هانی کمب عرضه نگردیده است، اما با توجه به آزمایشهای تجربی، مکانیزمهای تاخوردگی متفاوتی شناسایی و مشاهده شده است که بطور خلاصه در زیر ارائه می‌گردد.

۲-۱- مکانیزم تاخوردگی شبه غیر انبساطی با مفاصل متحرک [۵]

در این مکانیزم مفاصل بین دو صفحه همجوار در المان گوشه (AC, AB) همراه با ذرات ماده حرکت نموده و باعث تاخوردگی المان طبق شکل زیر می‌گردد.



شکل (۳) نمای مفاصل در یک المان.

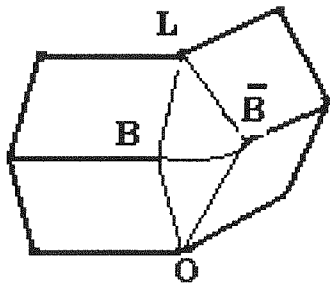


شکل (۲) نحوه عملکرد مفاصل متحرک در نیمه المان.

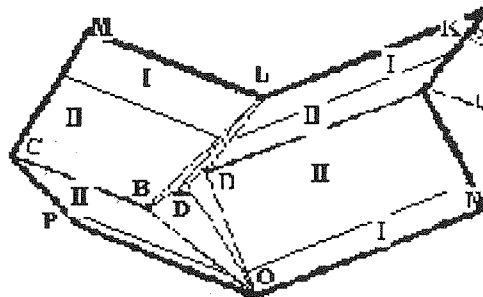
همانگونه که در شکل (۲) مشخص است، نیمه المان ابتدا تحت AB و سپس تحت AC تا می‌گردد. دو مفصل AB و AC بر روی المان در طول تاخوردگی ثابت نمی‌مانند. شکل (۳) مفاصل AB, AC, OB و OC را بر روی یک المان کامل نشان می‌دهد.

۲-۲- مکانیزم تاخوردگی انبساطی با مفاصل متحرک [۶]

در این نوع مکانیزم ناحیه انبساط نسبت به مکانیزم قبلی بسیار بیشتر بوده و کماکان مفاصل در ابتدا حالت متحرک داشته و سپس بعضی از مفاصل بصورت ثابت باقی می‌مانند. در شکل (۴) مفاصل LB و OB قبل از پایان فرآیند تاخوردگی ثابت و مابقی مفاصل (OD, LD, L \bar{D} , O \bar{D}) متحرک می‌باشند.



شکل (۵) مکانیزم انبساطی با مفاصل متحرک.



شکل (۴) مکانیزم انبساطی با مفاصل متحرک و ثابت.

نوع دیگری از همین مکانیزم طبق شکل (۵)، دارای هیچگونه مفصل ثابت نمی‌باشد و مفاصل LB, L \bar{B} , OB, O \bar{B} از ابتدا تا انتهای تاخوردگی متحرک می‌باشند.

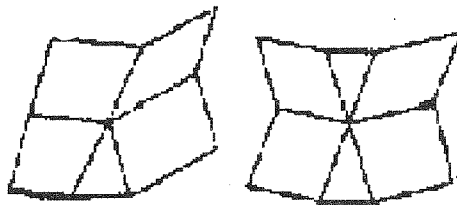
۳-۲- مکانیزم تاخوردگی نامعین

با توجه به مشاهدات در آزمایشهای تجربی [۹] و [۵] درخصوص سازه‌های غیر هانی کبیبی، انواع دیگری از مکانیزمها ملاحظه شده است که مفاصل ثابت و متحرک و نواحی صلب و انبساطی ایجاد شده در سطح المان در فرآیند تاخوردگی دارای نظم خاصی نمی‌باشد که در زیر فقط به شماتیک چند نمونه اشاره می‌شود. شکل (۶)

۴-۲- علل تشکیل مکانیزمهای متفاوت [۱۰]

پارامترهای متعددی بر روی شکل‌گیری مکانیزم تاخوردگی مؤثر می‌باشد که می‌توان به موارد زیر اشاره داشت:

- ۱- شرایط مرزی المان
- ۲- زاویه بین دو صفحه همجوار در المان
- ۳- اندازه هندسی پهنای المان به ضخامت آن ($\frac{h}{l}$)
- ۴- جنس ماده المان
- ۵- شکل‌گیری موج کمانش الاستیک اولیه
- ۶- وجود نقائص ریز ساختاری (میکرو) در سازه
- ۷- نرخ بارگذاری و جهات بارگذاری.



شکل (۶) مکانیزمهای نامعین.

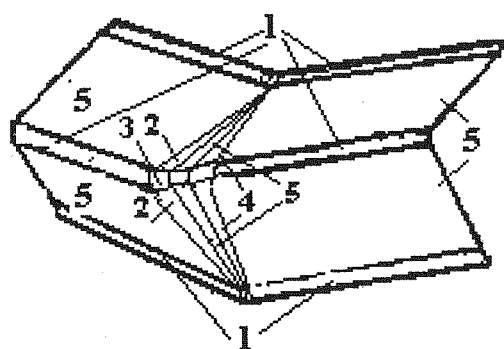
۵-۲- بررسی یک المان و نواحی سطحی

از زمان شروع تاخوردگی تا انتهای تاخوردگی (مچالگی کامل) نواحی متفاوتی بر روی المان با توجه به نوع مکانیزم و مفاصل آن بوجود می‌آید. که برای نمونه به دو حالت متفاوت زیر اشاره می‌گردد.

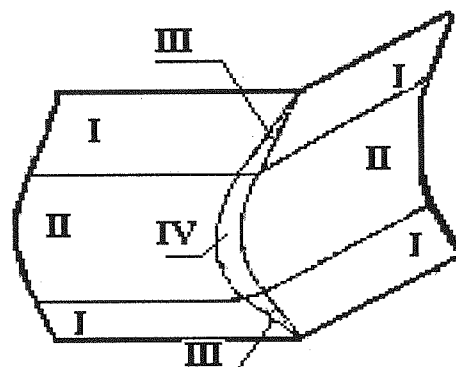
۱-۵-۲- المان غیر انبساطی |۵|

طبق شکل (۷) مفاصل و نواحی سطحی ایجاد شده عبارتند از:

- ۴ منطقه صلب (I) - دارای حرکت صلب
- ۲ منطقه استوانه‌ای (II) - دارای خمش بدون انبساط
- ۲ منطقه مخروطی (III) - دارای خمش
- ۱ منطقه توروئیدی (IV) - همراه با انبساط کامل



شکل (۸) المان انبساطی.



شکل (۷) المان غیر انبساطی.

۲-۵-۲- المان انبساطی |۶|

این المان به شیوه‌های متفاوتی تقسیم بندی شده است که یک نمونه آن در شکل (۴) مشخص گردیده و دارای مناطق متفاوت زیر می‌باشد:

- ۲ منطقه مخروطی LBD و OBD - دارای انبساط
- ۴ منطقه صلب (I) - دارای حرکت صلب.
- ۲ منطقه استوانه‌ای (II) - دارای خمش
- نمونه دیگری از مکانیزم انبساطی طبق شکل (۸) دارای ۱۸ منطقه مختلف می‌باشد [۱۳] که عبارتند از:
- ۶ منطقه صلب (۵) دارای حرکت صلب
- ۹ منطقه غیر انبساطی (۲ و ۱) دارای تغییر فرم غیر انبساطی
- ۱ منطقه شبه غیر انبساطی (۳) دارای تغییر فرم شبه غیر انبساطی
- ۲ منطقه انبساطی (۴) دارای تغییر فرم انبساطی

۲-۶- پارامترهای مؤثر

بر اساس مکانیزم انبساطی شکل (۴) پارامترهای مؤثر را می‌توان به ترتیب زیر مطرح نمود.

الف - پارامتر چرخش α

این پارامتر مستقل از تمامی پارامترها بوده و میزان چرخش نیمه صفحه المان بالا به طرف نیمه صفحه پایین را نشان می‌دهد و مقدار آن از $\alpha=0$ در ابتدای تا خوردگی تا $\alpha_f = \frac{\pi}{2}$ در انتهای تا خوردگی تغییر می‌یابد.

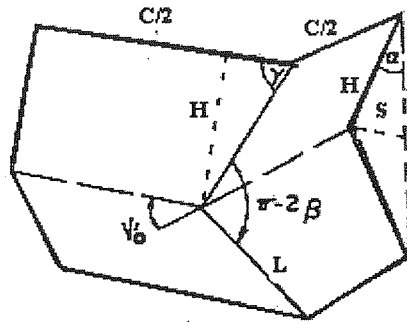
ب - پارامترهای هندسی ثابت

۱- h = ضخامت المان که همان ضخامت ورق هانی کمب می‌باشد، شکل (۹).

۲- C = عرض سلول هانی کمب که برابر با عرض هر دو صفحه المان است، شکل (۹)

۳- ψ_0 = زاویه معرف دو نیم صفحه همجوار المان که در حالت سلولهای شش ضلعی وقتی زاویه بین صفحات المان 120° درجه می‌باشد، ψ_0 برابر با 30° درجه است شکل (۱).

۴- $2H =$ که برابر با طول المان در جهت بارگذاری می‌باشد.



شکل (۹) پارامترهای هندسی در المان.

ج - پارامترهای هندسی متغیر

این پارامترها عبارتند از:

$\delta =$ طول لحظه‌ای تاخوردگی در جهت z

$$\delta = 2H(1 - \cos\alpha) \quad (1)$$

$S =$ طول لحظه‌ای تاخوردگی در جهت افق (xy)

$$S = H \sin\alpha \quad (2)$$

$\gamma =$ زاویه لحظه‌ای مفصل LB با افق

$$\tan\gamma = \frac{\tan\psi_0}{\sin\alpha} \quad (3)$$

$\beta =$ زاویه لحظه‌ای مفصل LB و BO از شکل (۴) با یکدیگر

$$\tan\beta = \frac{\tan\gamma}{\sin\psi_0} \quad (4)$$

$$R = a + b \cos\theta \quad (5)$$

a و b = شعاع بزرگ و کوچک و لحظه‌ای سطح توروئیدی [۳]

د- پارامترهای دینامیکی

چنانچه محور مختصات منطقه‌ای (Local) بر روی منطقه BDD بصورت (Z و θ و φ) تعریف شود (شکل ۴)، بشرطی که Z در راستای نیروی وارده (تاخوردگی) و θ در جهت نصف‌النهاری در صفحه افق، φ در جهت محیطی در صفحه عمود باشند، براساس این محور مختصات جدید منطقه‌ای می‌توان پارامترهای دینامیکی زیر را تعریف نمود.

$\dot{\delta}$ و \dot{S} = نرخ لحظه‌ای تاخوردگی در جهات Z و (xy)

$$\dot{\delta} = 2H(\sin\alpha) \dot{\alpha} \quad (5)$$

$$\dot{S} = V = H(\cos\alpha) \dot{\alpha} \quad (6)$$

$\dot{\omega}$ = سرعت زاویه ذرات المان در منطقه توروئیدی

V = سرعت مرکزی

V_t = سرعت مماسی در سطح توروئیدی

$$V_t = \frac{V}{\tan \psi_0} = \dot{\omega} b \quad (7)$$

$\dot{\tau}_\varphi$ = نرخ انبساط مرتبط با نیروی غشائی (N_φ)

$$\dot{\tau}_\varphi = \frac{\dot{\omega} b \sin \theta}{r} \quad (8)$$

$\dot{\kappa}_\varphi$ = نرخ انحنای مرتبط با ممان خمشی (M_φ)

$$\dot{\kappa}_\varphi = \frac{\dot{\omega} a \sin \theta}{r^2} \quad (9)$$

۳- تئوری تاخوردگی

تحلیل تاخوردگی کامل (مچالگی) را می‌توان با در نظر گرفتن ۴ قسمت زیر مورد بررسی قرار داد:

۳-۱- مفروضات

۳-۲- روش تحلیلی

۳-۳- انتخاب نوع مکانیزم

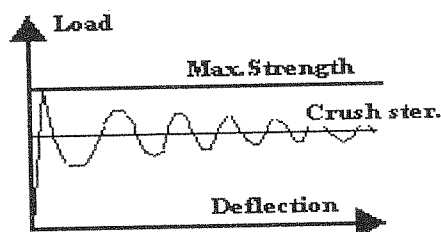
۳-۴- تعیین انرژی معرفی مکانیزم جدید

۳-۱- مفروضات

۱- در طول تاخوردگی بین ذرات ماده یک المان می‌بایست پیوستگی کامل رعایت گردد و ماده دارای (kinematic continuity) باشد.

۲- طول موج (تاخوردگی) فولدینگ در کلیه تا‌های بوجود آمده مساوی مقدار ثابت $2H$ باشد.

۳- ماده سازه دارای خاصیت صلب - کاملاً خمیری (Rigid-perfectly plastic) بوده و این بعلت دو نکته اساسی زیر می‌باشد. اولاً، بعلت کوچک بودن منطقه الاستیک، این منطقه قابل اغماض بوده و می‌توان ماده سازه را تابع حالت صلب (Rigid) در منطقه الاستیک فرض نمود. ثانیاً، بعلت در نظر گرفتن یک تنش واحد در طول فرآیند بارگذاری و در کلیه نواحی و مناطق المان قسمت دوم منحنی تنش - کرنش را بصورت صلب در نظر گرفته که کماکان ماده تابع یک تنش حاکم بر رفتار ماده در منطقه خمیری باشد شکل (۱۱)



شکل (۱۱) منحنی نیروی تاخوردگی هانی کمب .

۴- نرخ بسط یافتگی $\dot{\tau}_{\alpha\beta}$ و نرخ انحنا $\dot{K}_{\alpha\beta}$ فقط در جهات محیطی وجود دارند یعنی فقط $\dot{\tau}_{\rho\rho}$ و $\dot{K}_{\rho\rho}$ مخالف صفر می‌باشند.

۲-۳- روش تحلیلی

چنانچه پارامترهای معلوم برای یک المان تاخوردگی را با بردار η معرفی نماییم.

$$\eta = [c, h, \psi_0]$$

و همچنین بعد از شروع تاخوردگی (گراشینگ) و تشکیل زاویه $\bar{\alpha}$ بردار χ معرف پارامترهای مجهول باشد.

$$\chi = [b, H, \bar{\alpha}]$$

می‌توان برای شروع تحلیل از یک ماتریس جابجایی استفاده نمود، بنحوی که این ماتریس تابعی از پارامترها زیر باشد.

$$U = u(\eta, \chi, \alpha)$$

بنا به تعریف فوق می‌توان ماتریس سرعت را بدین صورت تعریف نموده $\dot{u} = \dot{u}(\eta, \chi, \alpha)\dot{\alpha}$ قطعاً نیروی ایجاد کننده تاخوردگی (P) می‌بایست در تعامل و تعادل با تنش جریان ایجاد شده در المان (σ_0) باشد. بنابراین با توجه به اصل تعادل انرژی، نرخ کار انجام شده توسط نیروی خارجی (P) می‌بایست برابر با انرژی‌های مصرفی در المان گردد، وقتی که $\dot{\epsilon}$ برابر با نرخ کرنش و v حجم المان باشد. [۶]

$$P\dot{\delta} = \int_V \sigma \dot{\epsilon} dv \quad (11)$$

با فرض اینکه میزان ماتریس سرعت \dot{u} بنحوی در بر دارنده سرعت واقعی باشد، معادله (۱۱) برای منطقه تحت تغییر فرم می‌توان استفاده نمود. اما با استفاده از تئوری پلاستیسیته Hill-Markov [۶] مقادیر مجهول مرتبط با بردار χ بوسیله مینیمایز نمودن انرژی داخلی بدست می‌آید:

$$\frac{\partial}{\partial \chi} \int_V \sigma \dot{\epsilon} dv = 0 \quad (12)$$

با انتگرال‌گیری از معادله فوق نسبت به مستقل (α) و در محدوده $0 \leq \alpha \leq \alpha_f$ عبارت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{\partial}{\partial \chi} \int_0^{\alpha_f} \int_V \sigma \dot{\epsilon} dv \quad (13)$$

با توجه به معادله (۱۱) و (۱۳)، وقتی که P_m برابر با نیروی میانگین تاخوردگی است.

$$\int_0^{\alpha_f} P\dot{\delta} = \int_0^{\alpha_f} d\alpha \int_V \sigma \dot{\epsilon} dv$$

$$P_m \delta_f = \int_0^{\alpha_f} d\alpha \int_V \sigma \dot{\epsilon} dv \quad (14)$$

و با توجه به معادله (۱۲)، معادله (۱۴) قابل مینیمایز نمودن می‌باشد.

$$\frac{\partial}{\partial \chi} P_m(\chi, \alpha_f) = 0 \quad (15)$$

البته ورزبیکگی با استفاده از همین اصل معادله تعادل انرژی را برای یک المان تحت اضمحلال و تاخوردگی ارائه نمود [۳].

$$\dot{E}_{int} = \int_S (M_{\alpha\beta} \dot{\kappa}_{\alpha\beta} + N_{\alpha\beta} \dot{\lambda}_{\alpha\beta}) ds + \sum_0^N \int_{L_i} M_0 [\dot{\theta}^i] dl_i \quad (16)$$

وقتی که $M_{\alpha\beta}$ و $N_{\alpha\beta}$ برابر با ممان خمشی و نیروی غشائی باشند و dl_i طول مفاصل و $\dot{\theta}^i$ نرخ چرخش هر مفصل را مشخص نماید، N تعداد مفاصل و L_i طول ماکزیمم هر مفصل و ds سطح توروئیدی باشد.

۳-۳- انتخاب مکانیزم تاخوردگی

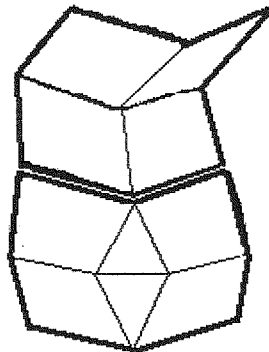
همانگونه که اشاره گردید با توجه به نتایج استخراجی از آزمایشهای تجربی [۴] و [۱۱] و معلوم شدن نوع تاخوردگی در دیواره‌های سلول هانی کمب، مشخص شد که در یک دیواره از سلول هانی کمب، مکانیزم تاخوردگی حاکم، لزوماً از یک نوع خاص پیروی نمی‌نماید، و بصورت کلی امکان ایجاد دو مکانیزم تاخوردگی در طول یک دیواره البته نه بصورت سری، وجود دارد. همچنین برای المان‌های کمتر از ۹۰ درجه بیشترین نوع مکانیزم، همان مکانیزم شبه غیر انبساطی و برای المان‌های بیشتر از ۹۰ درجه همانند هانی کمب بیشترین مکانیزم تاخوردگی، مکانیزم انبساطی خواهد بود [۶] که همراه با مقداری مکانیزم غیر انبساطی می‌باشد. لذا این مقاله بر آنست که به معرفی و ارائه یک نوع مکانیزم تاخوردگی که مشتمل بر دو المان استوار بر یکدیگر، که بنوعی یکی از المانها تابع مکانیزم غیر انبساطی و المان دیگر تابع مکانیزم انبساطی باشد بپردازد. لذا براساس معادله (۱۲) کار خارجی برابر با کل انرژی مصرفی توسط دو مکانیزم است.

$$P_m(\delta_{ef}) = E_{inex.} + E_{ext.} \quad (17)$$

وقتی $E_{inex} =$ انرژی مصرفی توسط مکانیزم غیر انبساطی و $E_{ext} =$ انرژی مصرفی توسط مکانیزم انبساطی و همچنین δ_{ef} در حالت دو المان استوار بر یکدیگر برابر است با:

$$\delta_{ef} = a \quad (\text{طول المانها}) \quad (18)$$

که البته ضریب a براساس مقاله [۱۲] به مقدار ۰/۷۳ می‌باشد و آن بعلت این است که امکان تاخوردگی صددرصد دولبه K و N از شکل (۴) بر روی یکدیگر نمی‌باشد.



شکل (۱۲) مدل مختلط (M) (Mixed Mechanism).

۳-۴- تعیین انرژی مصرفی در مکانیزم جدید

۳-۴-۱ = E_{inext} انرژی مصرفی مکانیزم غیر انبساطی

انرژی مصرفی برای یک مکانیزم غیر انبساطی به نحوی که دو المان تک همانند شکل (۱-۵-۱) در کنار هم یک المان پایه را طبق همان شکل تشکیل دهند براساس محاسبات و رزبیکگی [۳] عبارتست از:

$$E_{inext} = 2H \left[B_1 \left(\frac{b}{h} \right) + B_2 \left(\frac{c}{H} \right) + B_3 \left(\frac{H}{b} \right) \right] M_0 \quad (19)$$

که مقادیر داخل کروشه مرتبط با سه ناحیه متفاوت از المان پایه می باشد طبق پارگراف (۱-۵-۱) سه قسمت داخل کروشه مرتبط با ناحیه توروئیدی، استوانه‌ای و مخروطی یک المان پایه می باشد و مقادیر ضریب B_i طبق مرجع [۳] عبارتند از:

$$B_1 = 16.8$$

$$B_2 = 3\pi \quad (20)$$

$$B_3 = 9.56$$

و مقدار M_0 ، ممان خمشی برابر است با

$$M_0 = \frac{\sigma_0 h^2}{4}$$

۳-۴-۲ = E_{ext} انرژی مصرفی مکانیزم انبساطی

با استفاده از معادله (۱۶) تعیین مقدار انرژی مصرفی در المان انبساطی انجام می گیرد. البته نظر به اینکه نرخ انبساط و انحنا بصورت ماتریس‌های زیر می باشد:

$$\dot{\lambda}_{\alpha\beta} = \begin{vmatrix} \dot{\lambda}_{\theta\theta} & \dot{\lambda}_{\theta\varphi} \\ \dot{\lambda}_{\varphi\theta} & \dot{\lambda}_{\varphi\varphi} \end{vmatrix} \quad (21)$$

$$\dot{\kappa}_{\alpha\beta} = \begin{vmatrix} \dot{\kappa}_{\theta\theta} & \dot{\kappa}_{\theta\varphi} \\ \dot{\kappa}_{\varphi\theta} & \dot{\kappa}_{\varphi\varphi} \end{vmatrix} \quad (22)$$

و با توجه به فرض اولیه که نرخ بسط یافتگی (انبساط) و نرخ انحنا در جهت غیر قطری صفر می باشند (به علت تقارن در تغییر فرم) و در جهات قطری فقط در جهت محیطی غیر صفر می باشند. پس تانسورهای نرخ کرنش تبدیل به

$$\dot{\kappa}_{\alpha\beta} = \dot{\kappa}_{\varphi\varphi} \quad , \quad \dot{\lambda}_{\alpha\beta} = \dot{\lambda}_{\varphi\varphi} \quad (23)$$

می شوند همچنین با توجه به شرایط تسلیم برای المان‌های توروئیدی از میحث پلاستیسیته، [۷]

$$\frac{M_\varphi}{N_\varphi} = 1 - \left(\frac{N_\varphi}{N_0} \right)^2 \quad (24)$$

و طبق شرط سطوح توروئیدی از مقاله آبرامونج [۸] مبتنی بر اینکه هر گاه رابطه زیر برای سطوح توروئیدی برقرار باشد،

$$\frac{a}{b} \geq 2 \quad \text{رابطه شعاع‌ها}$$

خواهیم داشت:

$$\begin{cases} M_{\varphi\varphi} = 0 \\ N_{\varphi\varphi} = N_0 \end{cases} \quad (25)$$

بنابراین معادله (۱۶) تبدیل به:

$$\dot{E}_{\text{ext}} = \int_S N_0 \lambda_{\varphi\varphi} ds + \sum_{L_i}^N \int_{L_i} M_0 [\dot{\theta}^i] dl_i \quad (26)$$

می‌گردد. اما برای سطوح المانه‌ای انبساطی می‌توان انرژی مصرفی را در دو مرحله زمانی محاسبه نمود.

بنابراین انرژی مصرفی مکانیزم انبساطی برای دو مرحله و فاز مجزا قابل محاسبه می‌باشد [۶].

الف - فاز نخست $0 < \alpha < \bar{\alpha}$

در فاز نخست تغییر فرم بوجود آمده و انرژی مصرفی در ناحیه‌های گوناگون المان طبق مناطق زیر رخ می‌دهد:

۱- جریان خمیری بر روی سطح تورئیدی

۲- خمش در طول مفاصل افقی

۳- خمش در طول مفاصل مایل

۱- انرژی مصرفی جهت جریان خمیری سطح تورئیدی \dot{E}_1

با توجه به قسمت اول معادله (۲۶) و مقدار $\lambda_{\varphi\varphi}$ براساس معادله (۸) و (۳) و (۴) و همچنین رابطه زیر، [۳]

$$ds = r d\varphi b d\theta \quad (27)$$

نتیجه می‌گیریم،

$$\dot{E}_{\text{ext}} = \int_S N_0 \frac{\dot{\omega} b \sin \theta}{r} b r d\varphi d\theta \quad (28)$$

با استفاده از روابط (۷) و (۶)

$$\dot{E}_{\text{ext}} = N_0 b^2 \int_{\left(\frac{\pi}{2} + \psi\right)}^{\left(\frac{\pi}{2} + \psi\right)} \frac{(H \cos \alpha) \dot{\alpha}}{b \tan \psi_0} \int \sin \theta d\theta d\varphi \quad (29)$$

با توجه به اینکه

$$\begin{cases} N_0 = \sigma_0 h \\ M_0 = \frac{1}{4} \sigma_0 h^2 \end{cases} \quad (30)$$

می‌باشد پس $N_0 = 4M_0/h$ خواهد بود

$$E_{\text{ext}} = \int_0^{\alpha} \dot{E}_{\text{ext}} = 16M_0 \frac{Hb}{h} I_1(\psi_0, \bar{\alpha}) \quad (31)$$

وقتی I_1 عبارتست از:

$$I_1 = \sin \bar{\alpha} \int_0^{\beta(\alpha)} \frac{d\varphi}{\tan^2 \psi_0 - \cos^2 \varphi} \left[\frac{\pi}{2} + \psi_0 - \arctan \frac{\cos \beta}{\tan \psi_0} \right] \quad (32)$$

بنابراین انرژی اتلافی در سطح تورئیدی عبارتست از:

$$\dot{E}_1 = 16M_0 \frac{Hb}{h} I_1 \quad (33)$$

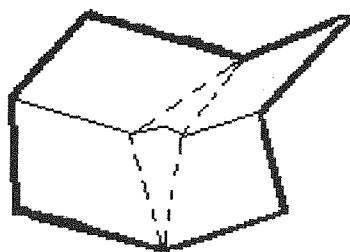
۲- خمش در طول مفاصل افقی \dot{E}_2

نرخ انرژی مصرفی جهت مفاصل افقی عبارتست از میزان حد ممان خمشی در واحد طول (M_0) در نرخ چرخش $\dot{\alpha}$ در طول مفاصل ثابت (c) با استفاده از قسمت دوم معادله

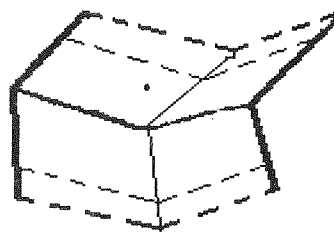
$$\dot{E}_2 = 4MC\dot{\alpha} \quad (26)$$

$$E_2 = \int_0^{\bar{\alpha}} \dot{E}_2 = 4M_0C\bar{\alpha}$$

$$E_2 = 4M_0C\bar{\alpha} \quad (34)$$



شکل (۱۴) مفاصل مایل (---) به تعداد ۲ عدد.



شکل (۱۳) مفاصل افقی (---) به تعداد ۴ عدد به طول C .

۳- نرخ انرژی برای مفاصل مایل \dot{E}_3

با استفاده از قسمت دوم معادله (۲۶) نرخ انرژی \dot{E}_3 برابر است با ممان خمشی در نرخ چرخش $\dot{\omega}$ در مقدار متغیر طول مفصل L وقتی که L برابر است با:

$$L = \frac{2H}{\sin \gamma} \quad (35)$$

$$\dot{E}_3 = 4 \int M_0 \dot{\omega} dl \quad (36)$$

با استفاده از عبارات (۶) و (۷) و (۸)

$$\dot{E}_3 = 4M_0 \int_0^L \frac{H \cos \alpha}{\tan \psi_0} \dot{\alpha} dl \quad (37)$$

$$E_3 = \int_{\bar{\alpha}} \dot{E}_3 = 4M_0 \frac{H}{b} I_3 \quad (38)$$

وقتی

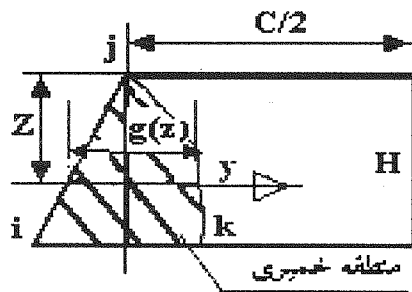
$$I_3 = \cot \psi_0 \int_{\bar{\alpha}} \cos \alpha \sqrt{\tan^2 \psi_0 + \sin^2 \alpha} d\alpha \quad (39)$$

ب - فاز دوم تاخوردگی $\bar{\alpha} \leq \alpha \leq \alpha_f$ [۶]

در این فاز ناحیه مخروطی طبق شکل زیر در جهت نصف النهاری (θ) تحت کشش قرار می‌گیرد و انرژی‌های مصرفی شامل سه قسمت زیر می‌باشد.

۴- انرژی ناحیه مخروطی [۵]

نیم صفحه‌های المان طبق شکل زیر که در حالت اولیه به شکل مستطیل بوده و در حالت ثانویه بعد از تاخوردگی صفحه مستطیلی به شکل دوزنقه تبدیل می‌گردد، و ماده منطقه مثلثی (ijk) در حالت خمیری خواهد بود. لذا چنانچه شکل تغییر فرم خمیری و مرز بین منطقه مثلث خمیری و منطقه صلب تابعی از z باشد و با فرض تغییرات خطی سرعت در جهت y .



شکل (۱۵) ناحیه انبساط در یک صفحه نیم المان.

$$V_{(y)} = -V \frac{z}{H} \left[1 - \frac{y}{g(z)} \right] \quad (40)$$

$$\dot{\epsilon}_{(y)} = \frac{V}{H} \frac{z}{g(z)} \quad (41)$$

$$\dot{\epsilon} = V \frac{y}{H} \frac{d}{dz} \left[\frac{z}{g(z)} \right] - \frac{V}{H} \quad (42)$$

اما نرخ کرنش در منطقه خمیری براساس معادله (۲۶) عبارتست از:

$$\dot{E}_4 = 2h \int_0^H \left[\int_0^{g(z)} (\dot{\epsilon}_y \sigma_y + \dot{\epsilon}_{yz} \sigma_{yz}) dy \right] dz \quad (43)$$

با صرف نظر کردن از انرژی مصرفی در جهت yz عبارت فوق ساده می‌گردد.

$$\dot{E}_4 = 2\sigma_0 h \int_0^H \int_0^{g(z)} (\dot{\epsilon}_y dy) dz \quad (44)$$

با جایگزینی معادله (41) در معادله (44) و استفاده از معادله (6) و (7) و (8)، و انتگرال گیری نسبت $\bar{\alpha} \leq \alpha \leq \alpha_f$

$$E_4 = \int_{\bar{\alpha}}^{\alpha_f} \dot{E}_4 = 8M_0 \frac{H^2}{h} I_4 \quad (45)$$

وقتی که I_4 عبارتست از:

$$I_4 = \int \phi(\alpha, \bar{\alpha}, \psi_0) d\alpha \quad (46)$$

$$\phi = \frac{\sin \bar{\alpha} \tan \psi_0 \sin 2\alpha}{2(\sin^2 \bar{\alpha} + \tan^2 \psi_0 \sin^2 \alpha)} + (\psi - \psi_0) \cos \alpha$$

۵- تعیین نرخ انرژی مفصل افقی (شکل ۱۳)

همانند فاز اول برابر است با ممان خمشی در طول مفصل در زاویه چرخش، یعنی:

$$E_5 = 4M_0 C(\alpha_f - \bar{\alpha}) \quad (47)$$

۶- نرخ انرژی مفصل ثابت BL (از شکل ۸)

برابر است با ممان خمشی خمیری (M_0) در طول مفصل L و نرخ سرعت زاویه‌ای

$$\dot{E}_6 = 4M_0 L(2\dot{\theta}_1) \quad (48)$$

وقتی مقدار θ عبارتست از [۸]

$$\theta_1 = \arcsin \frac{\tan \psi_0}{\sqrt{\tan^2 \psi_0 + \cos^2 \varphi}} \quad (49)$$

و همچنین می‌توان اظهار نمود که

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta} = \dot{\alpha} \\ L = \frac{2H}{\sin \gamma} \\ \sin \gamma = \frac{\tan \psi_0}{\sqrt{\sin^2 \alpha + \tan^2 \psi_0}} \end{array} \right. \quad (50)$$

با استفاده از معادلات (50) و (49) معادله (48) را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$E_6 = \int_{\bar{\alpha}}^{\alpha_f} \dot{E}_6 = M_0 H I_6 \quad (51)$$

وقتی I_6 برابر است با

$$I_6 = 2 \cot \psi_0 \int_{\bar{\alpha}}^{\alpha} \frac{\sin \bar{\alpha} \left(\sin^2 \bar{\alpha} + \tan^2 \psi_0 \right)}{\sin \bar{\alpha} + \tan \psi_0 + \sin \alpha} d\alpha \quad (52)$$

ج - جمع کل انرژی مصرفی برای المان انبساطی

چنانچه یک المان انبساطی از زاویه 0 به $\bar{\alpha}$ و از $\bar{\alpha}$ به α_f که همان $\frac{\pi}{2}$ می‌باشد برای تاخوردگی کامل حرکت نماید، جمع انرژی مصرفی آن عبارت از جمع انرژی مصرفی در هر دو فاز (۲ و ۱) می‌گردد. بنابراین با استفاده از معادلات (۳۳) و (۳۴) و (۳۸) و (۴۵) و (۴۷) و (۵۱) کل انرژی مصرفی عبارت از:

$$\begin{aligned} E_{ex} &= E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + E_5 \\ &= 2H \left[A_1 \left(\frac{b}{h} \right) + A_2 \left(\frac{L}{H} \right) + A_3 \left(\frac{H}{b} \right) + A_4 \left(\frac{H}{h} \right) \right. \\ &\quad \left. + A_5 \left(\frac{c}{H} \right) + A_6 \right] \quad (53) \end{aligned}$$

می‌شود. وقتی که مقادیر A_i عبارتست از:

$$\begin{cases} A_1 = 8I_1 & A_2 = 2\bar{\alpha} & A_3 = 2I_3 \\ A_4 = 4I_4 & A_5 = 2(\alpha_f - \bar{\alpha}) & A_6 = I_6 \end{cases} \quad (54)$$

د - تعیین مقدار $\bar{\alpha}$

همانگونه که ملاحظه می‌گردد میزان $\bar{\alpha}$ که همان مقدار نقطه کنترلی بر روی المان یا (switch point) می‌باشد بسیار نقش اساسی در تعیین مقادیر ضرائب A_i دارد به نحوی که برای انتخاب $\bar{\alpha}$ سه حالت بیشتر پیش بینی نمی‌شود، یعنی اگر $\bar{\alpha} = 0$ باشد

$$A_1 = A_2 = A_3 = 0$$

$0 < \bar{\alpha} < \alpha_f$ باشد:

$$A_i \neq 0$$

$\bar{\alpha} = \frac{\pi}{2}$ یعنی همان α_f باشد:

$$A_4 = A_5 = A_6 = 0$$

خواهد بود. این حق انتخاب در میزان $\bar{\alpha}$ باعث تعیین مقادیر بسیار مختلفی برای کل انرژی می‌شود. لذا در این مرحله برای ادامه فرآیند، انتخاب سوم را در نظر گرفته، یعنی:

$$\bar{\alpha} = \alpha_f = \frac{\pi}{2}$$

در این حالت ضریب I_6 و I_4 به علت برابری حد انتگرال حذف می‌گردند و مقدار A_5 عبارتست از

$$A_5 = 2(\alpha_f - \bar{\alpha}) = 0$$

بنابراین کل انرژی مصرفی برای یک المان انبساطی برابر است با:

$$E_{\text{ext}} = 2H \left[A_1 \left(\frac{b}{h} \right) + A_2 \left(\frac{c}{H} \right) + A_3 \left(\frac{H}{b} \right) \right] M_0 \quad (55)$$

با تخمین انرژی مصرفی برای یک تک المان انبساطی از دو برابر نمودن، معادله (55) می‌توان انرژی مصرفی یک المان پایه، مشتمل بر دو تک المان را مشخص نمود.

$$E_{\text{ext}} = 2H \left[2A_1 \left(\frac{b}{h} \right) + 2A_2 \left(\frac{c}{H} \right) + 2A_3 \left(\frac{H}{b} \right) \right] M_0 \quad (56)$$

۳-۴-۳- انرژی مصرفی مدل جدید - مدل مختلط (Mixed Mechanism)

طبق بحث (۳-۳) و شکل (۱۲) جهت ارائه یک نوع مکانیزم جدید تاخوردگی بنام مکانیزم مختلط و براساس معادله (۱۷) که انرژی مصرفی این مکانیزم را مجموعه انرژی مصرفی در دو المان انبساطی و غیر انبساطی می‌دانست و نظر به معلوم بودن انرژی مصرفی برای هر دو المان پایه انبساطی و غیر انبساطی براساس معادلات (۱۹) و (۵۶) بنابراین با استفاده از معادله (۱۷) داریم:

$$\begin{aligned} P_m \delta_{ef} &= E_{\text{ext.}} + E_{\text{Inext.}} \\ &= 2H \left\{ \left[2A_1 \left(\frac{b}{h} \right) + 2A_2 \left(\frac{c}{H} \right) + 2A_3 \left(\frac{H}{b} \right) \right] + \right. \\ &\quad \left. \left[B_1 \left(\frac{b}{h} \right) + B_2 \left(\frac{c}{H} \right) + B_3 \left(\frac{H}{b} \right) \right] \right\} M_0 \end{aligned}$$

اما براساس معادله (۱۸)

$$\begin{aligned} P_m (0.73 \times 4H) &= 2H [E_{\text{ext.}} + E_{\text{Inext.}}] M_0 \\ \frac{P_m}{M_0} &= \frac{1}{1.46} [E_{\text{ext.}} + E_{\text{Inext.}}] \\ \frac{P_m}{M_0} &= \frac{1}{1.46} \left[K_1 \left(\frac{b}{h} \right) + K_2 \left(\frac{c}{H} \right) + K_3 \left(\frac{H}{b} \right) \right] \end{aligned} \quad (57)$$

که در آن ضرایب K_i عبارتست از:

$$\begin{cases} K_1 = 2A_1 + B_1 \\ K_2 = 2A_2 + B_2 \\ K_3 = 2A_3 + B_3 \end{cases} \quad (58)$$

با توجه به اینکه

$$\begin{cases} A_1 = 8 \times I_1 \\ A_2 = 2(\bar{\alpha}) \\ A_3 = 2 \times I_3 \end{cases} \quad (59)$$

با توجه به معادلات (۳۲) و (۳۹) داریم:

$$\begin{cases} I_1 = 1.05 \\ I_3 = 2.39 \\ \bar{\alpha} = \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (60)$$

با استفاده از (۳۰) و (۲۰) مقادیر ضرایب عبارتند از:

$$\begin{cases} A_1 = 8.4 \\ A_2 = 2\pi \\ A_3 = 4.78 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_1 = 33.6 \\ K_2 = 5\pi \\ K_3 = 19.12 \end{cases} \quad (61)$$

با جایگزینی (۶۱) در (۵۷)

$$\frac{P_m}{M_0} = \left[23 \left(\frac{b}{h} \right) + 10.76 \left(\frac{c}{H} \right) + 13.1 \left(\frac{H}{b} \right) \right] \quad (62)$$

و با توجه به مباحث (۲-۳) و معادلات (۱۲) و (۱۵) می‌توان از معادله (۶۲) نسبت به H و b مشتق گرفته و مینیمم مقدار P_m را مشخص نماییم.

$$\begin{cases} \frac{\partial \left(\frac{P_m}{M_0} \right)}{\partial H} \\ \frac{23}{h} = \frac{13.1H}{b^2} \end{cases} \quad (63)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \left(\frac{P_m}{M_0} \right)}{\partial b} = 0 \\ \frac{10.76}{H^2} = \frac{13.1}{b} \end{cases} \quad (64)$$

از حل همزمان معادلات (۶۴) و (۶۳) داریم:

$$\begin{cases} H = 0.726 \left(c^2 h \right)^{1/3} \\ b = 0.643 \left(ch^2 \right)^{1/3} \end{cases} \quad (65)$$

همچنین با جایگزینی (۶۵) در (۶۲)

$$\frac{P_m}{M_0} = 44.37 \left(\frac{c}{h} \right)^{1/3} \quad (66)$$

و با توجه به مقدار M_0 معادله زیر مقدار P_m را بدست می‌دهد:

$$P_m = 11.09 \sigma_0 \left(ch^2 \right)^{1/3} \quad (67)$$

۴- محاسبه استحکام هانی کمب

نظر به اینکه استحکام تاخوردگی (گراشینگ) هانی کمب برابر با $\sigma_m = \frac{P_m}{A}$ بوده که مقدار A همان سطح مؤثر هانی کمب مرتبط با این نیرو (P_m) می‌باشد و با سطح مفید که برابر با $2(ch)$ است، متفاوت خواهد بود.

۴-۱- تعیین مقدار سطح مؤثر (A)

با توجه به شکل (۱) اندازه سطح هر سلول برابر است با $\frac{\sqrt{3}}{2}S^2$ وقتی که $\psi_0 = 30^\circ$ و $S = \sqrt{3}C$ است.

اما تعداد المان‌های پایه مرتبط با هر سلول یا به عبارتی با سطح فوق‌الذکر، در هر سطح مقطع از سلول هانی کمب ۲ عدد می‌باشد و این به علت اینست که ۴ گوشه دیگر هر سلول در مشارکت با دیگر سلول‌های همجوار خویش می‌باشد. بنابراین سطح مؤثر هر المان پایه عبارتست از سطح یک سلول بر تعداد المان‌های پایه بکار رفته

$$A = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}S^2}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}S^2 \quad (۶۸)$$

۴-۲- استحکام تاخوردگی هانی کمب

$$\sigma_m = \frac{P_m}{A}$$

$$\sigma_m = \frac{11.09\sigma_0}{\frac{\sqrt{3}}{4}S^2} \left(ch^2 \right)^{1/3} \quad (۶۹)$$

$$\sigma_m = 8.54 \left(\frac{h}{c} \right)^{5/3} \quad (۷۰)$$

و یا

$$\sigma_m = 21.37 \left(\frac{h}{s} \right)^{5/3} \quad (۷۱)$$

۵- نتایج و بحث

با جایگزینی معادلات (۶۵) در (۶۲) می‌توان به معادله زیر دست یافت که هر یک از قسمتهای موجود در سمت راست معادله بیانگر مقدار انرژی مصرفی در هر یک از نواحی سه گانه المان پایه مختلط (تئوری این مقاله) می‌باشد:

$$\frac{P_m}{M_0} = \frac{1}{1.46} \left[21.6 \left(\frac{c}{h} \right)^{1/3} + 21.6 \left(\frac{c}{h} \right)^{1/3} + 21.6 \left(\frac{c}{h} \right)^{1/3} \right] \quad (۷۲)$$

و با استفاده از معادله (۱۹) و (۲۰) و مقادیر H و b از مقاله ورزبیکي [۳]، میزان انرژی مصرفی در سه ناحیه یک المان پایه ورزبیکي برابر است با:

$$\frac{P_m}{M_0} = \frac{1}{1.46} \left[23 \left(\frac{c}{h} \right)^{1/3} + 23 \left(\frac{c}{h} \right)^{1/3} + 23 \left(\frac{c}{h} \right)^{1/3} \right] \quad (۷۳)$$

طبق ضرائب مندرج در هر دو معادله (۷۲) و (۷۳) مرتبط با نواحی سه‌گانه المان میزبان انرژی مصرفی در هر دو حالت، مدل مختلط و مدل ورزشیکی برای سه ناحیه یکسان می‌باشد، اما انرژی مصرفی کل مدل برای هر دو حالت مختلط و ورزشیکی طبق معادلات (۶۶) و (۷۳) به ترتیب عبارتست از:

$$\frac{P_m}{M_0} = 44.37 \left(\frac{c}{h} \right)^{1/3} \quad (74)$$

$$\frac{P_m}{M_0} = 47.26 \left(\frac{c}{h} \right)^{1/3} \quad (75)$$

چنانچه از معادلات فوق مشخص است، کماکان کلیه پارامترهای هر دو مدل یکسان بوده ولی ضریب مدل مختلط (مدل این مقاله) کاهش ۷٪ را نشان می‌دهد. و این به دلیل وجود دو نوع مکانیزم تاخوردگی می‌باشد. بنحوی که با وارد نمودن مکانیزم انبساطی به مدل تحلیلی میزان نیروی تاخوردگی کاهش می‌یابد. جهت مشخص شدن دقت هر کدام از این دو مدل لازم است مقایسه‌ای با نتایج تجربی موجود انجام پذیرد. با توجه به کمبود نتایج تجربی منتشر شده در این زمینه، ابتدا مقایسه‌ای بین نتایج تجربی منتشره توسط شرکت (Hexcel) [۲]. در خصوص استحکام هانی کمب و استحکام بدست آمده از هر دو مدل ورزشیکی [۳] و مدل این مقاله (مدل مختلط) در جدول (۱) انجام شده است. همانطور که مشاهده می‌شود درصد خطای نتایج مدل جدید به مراتب کمتر از درصد خطای مدل ورزشیکی در مقایسه با نتایج تجربی است.

جدول (۱) مقایسه استحکام در مدل W و M به نتایج تجربی شرکت (Hexcel).

c/h	36	72	72	144
$\rho \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$	129	72	68	36
σ_{Hexcel}	5171	1792	1585	517
σ_W	5862	1846	1846	581
σ_M	5541	1745	1745	594
خطای W/H	%13	%3	%16	%12
خطای M/H	%7	%2	%10	%14

[کلیه واحدهای استحکام به (kpa) می‌باشد. و واحد دانسیته به kg/m^3 است و همچنین W نشانگر ورزشیکی و M نشانگر مختلط است.]

این نزدیکی نتایج مدل جدید به دلیل انتخاب مکانیزم تاخوردگی مختلط، (تاخوردگی انبساطی و غیر انبساطی) بوده، که به مود تغییر فرم و مکانیزم تاخوردگی آزمایشهای تجربی بسیار نزدیک است. همانگونه که در مبحث (۳-۳) اظهار گردید، مود تاخوردگی حاکم بر دیواره سلول شش ضلعی اصلا مشابه مود مورد نظر در مدل ورزشیکی (غیر انبساطی) نمی‌باشد. لذا بهمین دلیل:

- ۱- استحکام بدست آمده در مدل جدید نسبت به مدل ورزشیکی به نتایج تجربی نزدیکتر است.
- ۲- میزان درصد خطای کل نتایج دو مدل مختلط و مدل ورزشیکی نسبت به نتایج تجربی براساس جدول ۱ عبارتست از ۸/۲٪ و ۱۱٪ که این بیانگر نتایج دقیق‌تر مدل مختلط (مدل این مقاله) می‌باشد. اما در یک مقایسه دیگر بین نتایج تجربی حاصل از مقاله گلداسمیت [۴] با دو مدل ورزشیکی و مدل این مقاله در جدول ۲ ملاحظه می‌گردد که:
- ۱- با افزایش دانسیته در هانی کمب نتایج مدل مختلط نزدیکتر به نتایج تجربی بوده و فقط برای یک مورد هانی کمب‌های سبک مدل ورزشیکی نزدیک‌تر به نتایج تجربی است و البته این به دلیل عدم تأثیر پارامتر دانسیته در هر دو مدل بصورت

مستقیم می‌باشد. در اینجا لازم به ذکر است که پارامتر (c/h) به نوعی بیانگر تغییرات دانسیته و افزایش و کاهش آن در هر دو مدل می‌باشد. بنابراین می‌توان اظهار نمود که در یک محدوده‌ای از (c/h) ، $c/h \geq 72$ مدل این مقاله همخوانی بهتری با نتایج تجربی دارد.

۲- با توجه به میزان خطای بین هر دو مدل با نتایج تجربی، در حالت مدل جدید با کاهش دانسیته، خطای حاصل از $4/2\%$ به $12/7\%$ و به میزان $8/5\%$ رشد را نشان می‌دهد. در صورتیکه در مدل ورزبیک با کاهش دانسیته میزان رشد خطا از میزان $4/2\%$ به $19/2\%$ خواهد بود. یعنی عددی به میزان 15% رشد. و این نشان‌دهنده حساسیت کمتر مدل جدید به تغییرات دانسیته است، که به نوعی یکی دیگر از نقاط قوت این مدل محسوب می‌گردد.

۳- با توجه به نتایج منتشر از مقاله (Wu) [۱۱] در خصوص تأثیر هر چند ناچیز ارتفاع هانی کمب بر روی استحکام آن، با توجه به روش‌های انجام شده، مدل این مقاله و مدل ورزبیک متأثر از تغییرات ارتفاع نمی‌باشند که لازم است این پارامتر نیز در تحقیقات آتی محققین مورد بررسی بیشتر واقع گردد.

۴- در مقایسه بین نتایج هر دو مدل با نتایج تجربی از جدول (۲)، کماکان در کلیه حالت‌های هانی کمب با دانسیته‌های مختلف به جز یک مورد، مدل جدید نزدیک‌تر به نتایج تجربی می‌باشد و این به علت تفاوت در میزان مصرف انرژی در نواحی سه گانه یک المان گوشه در هر کدام از مکانیزم‌ها تاخوردگی می‌باشد، به نحوی که با انتخاب هر کدام از مکانیزم‌ها تفاوتی در میزان انرژی مصرفی ملاحظه می‌گردد. لازم به ذکر است که میزان انرژی مصرفی مدل جدید کمتر از مدل ورزبیک و نتایج نزدیک‌تر به یافته‌های تجربی است.

۵- یکی از مسائل عمده هر دو مدل تحلیلی، استفاده از تنش جریان در محاسبه میزان نیروی تاخوردگی است. به نوعی که مقدار این تنش جریان (σ_0) که در حد فواصل تنش تسلیم و نهائی قرار می‌گیرد $(\sigma_y \leq \sigma_0 \leq \sigma_{ii})$ باعث عدم دقت در انتخاب مقدار آن گشته و این موضوع یک تفاوت عمده‌ای در کل نیروی تاخوردگی و استحکام هانی کمب را منجر خواهد شد که در بعضی مواقع این تفاوت تا حدود حتی 30% هم خواهد رسید. [۸] و [۹]. البته این اختلاف خیلی نمی‌تواند در میزان استحکام هانی کمب و نیروی تاخوردگی مقبول باشد. لذا نویسندگان این مقاله تحقیقات خود را در این زمینه نیز شروع نموده و در این خصوص در آینده نزدیک نتایج کار خود را منتشر خواهند نمود.

جدول (۲) مقایسه استحکام هانی کمب بر اساس مدل‌های تحلیلی و نتایج تجربی.

c/h	—	36	72	72	144	درصد خطا نسبت به نتایج تجربی
ρ	Kg/m^3	129	72	68	36	
σ_m مختلط	Kpa	5541	1745	1745	594	
σ_m (ورزبیک)	Kpa	5862	1846	1846	581	
σ_m (تجربی)	kpa	4916	1606	1606	558	
درصد خطای مختلط		12.7	8.6	6.4	6.4	9.1%
درصد خطای ورزبیک		19.2	14.9	14.9	4.2	13.3%

۶- نتیجه گیری

با توجه به نزدیکی نتایج حاصل از مدل مختلط (مدل این مقاله) با نتایج تجربی، می‌توان اظهار نمود که نتایج این مدل با نتایج تجربی حاصل از بارگذاری‌های فشاری شبه استاتیکی بر روی هانی کمب‌ها همخوانی داشته و در مقایسه با تنها مدل ارائه شده برای این نوع بارگذاری بر روی هانی کمب (غیر انبساطی) توسط ورزبیک، قابل قبول‌تر می‌باشد و خطای بسیار کمتری نسبت به تغییرات دانسیته و تغییرات هندسی aspect ratio (c/h) از خود نشان می‌دهد. لذا مدل جدید می‌تواند به عنوان یک جایگزین دقیق‌تر در طراحی این نوع سازه‌ها مورد استفاده قرار گیرد.

- [1] تأثیرات عوامل مهم هانی کمب در مقاومت آن به بارهای ضربه‌ای - دهمین کنفرانس مهندسی مکانیک - اردیبهشت ۱۳۸۱ - غلامحسین لیاقت - جمال زمانی.
- [2] T. Bitzer, Hexcel Corporation, "Honeycomb Technology" Chapman & Hall London 1992.
- [3] T. Wierzbicki, "Crushing Analysis of Metal Honeycomb" Int. J. Impact Eng. Vol 1, No 2, 157-174, 1988.
- [4] W. Gold Smith, L. Sackman, "An experimental study of Energy absorption in impact of sandwich plates", Int. J. Impact Eng. 12,2,241-262, 1992.
- [5] R. Hayduk, T. Wierzbicki, "Extensional & Collapse modes of structural members" computer & structures J. 18,3,447-458, 1984.
- [6] W. Abramowicz, T. Wierzbicki - "Axial crushing of Multicorner sheet metal columns", J. Of - Applied Mechanics, 56,113-119, 1989.
- [7] T. Wierzbicki, W. Abramowicz. "on the crushing mechanics of thin - walled structures" J. of Applied mechanics 50,727-733, Dec. 1983.
- [8] W. Abramowicz, N. Jones, "Dynamic progressive buckling of square tubes" Int. J. Impact Eng. 4,4,243-270, 1986.
- [9] W. Abramowicz, N. Jones, "Dynamic axial crushing of square tubes" Int. J. Impact. 292,179-208, 1984.
- [10] N. Jones, "structural Impact" Cambridge university press, 1989.
- [11] W.U.E & Jiany "Axial crush of metal honeycomb" (512) - Int. J. Impact Eng. 19,(5/6), 439-456, 1997.
- [12] W. Abramowicz - "The effective crushing Distance in axially compressed thin-walled metal columns" Int. J. Impact Eng 1,3,309-317, 1983.
- [13] N. Jones & W. Abramowicz - "A theoretical analysis for the quasi-static axial crushing of top-hat thin walled sections" Int. J. Mechanical sciences 41, 209-233, 1999.