

تعیین ضریب سرریز جریان متغیر مکانی با کاهش دبی با استفاده از بهینه سازی غیر خطی

ایرج طالبی
کارشناس

حسین محمد ولی سامانی
دانشیار

گروه عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز

چکیده

در هیدرولیک جریان متغیر مکانی با کاهش دبی، تعیین ضریب سرریز جانبی یکی از موارد بسیار مهم بحساب می آید، زیرا نتایج دقیقتر می گردند و در نتیجه طراحی ابعاد سرریز جانبی قابل اعتمادتر خواهد بود. در این تحقیق معادلات دیفرانسیلی حاکم با استفاده از روش عددی رانج-کوتا مرتبه چهارم حل گردید. برای تعیین ضریب سرریز از تکنیک بهینه سازی غیر خطی جهت به حد اقل رساندن تفاوت نتایج محاسبات و آزمایشها استفاده شد. در این راستا روابط مختلف برای ضریب سرریز بکار برده شد و از بین آنها روابطی که بهترین تطابق را با نتایج آزمایشگاهی داشته انتخاب گردید. روابط بدست آمده در این تحقیق برای ضریب سرریز جهت محاسبه دبی انحرافی از سرریز جانبی استفاده شد. و با نتایج حاصله از روابط دیگر محققان مقایسه گردید. نتایج حاصله نشان می دهد که روابط پیشنهادی بهترین تطابق را با اندازه گیری های واقعی دارد.

کلمات کلیدی

سرریز جانبی، بهینه سازی، ضریب سرریز جانبی، کالیبراسیون و ممیزی.

Determination of Side Weir Coefficient in Spatially Varied Flow with Lateral Outflow Using Nonlinear Optimization Technique

H. M.V. Samani
Associate Professor

Eraj Talebi
Graduate Student

Civil Engineering Department,
Faculty of Engineering, Shahid Chamran University

Abstract

Determination of side weir coefficient in spatially varied flow with lateral outflow is considered to be one of the most important issues because it improves the accuracy of results and consequently makes the design more trustable. In this study, the governing differential equations are solved by the Runge-Kutta fourth order method. A nonlinear optimization technique is utilized to determine the side weir coefficient by minimizing the differences between its calculated and measured results. In this regard, many relationships for the side weir coefficient are selected. Relationships which yield better agreements among calculated results and measured data are chosen as final ones. These relationships are compared to other relationships proposed by other investigators. The comparison indicates that the relationships proposed by this study give better accords with measurements.

Key words

Side weir, optimization, side weir coefficient, calibration and verification.

مقدمه

طراحی یک سرریز جانبی مستلزم حل معادلات دیفرانسیلی جریان متغیر مکانی با کاهش دبی می‌باشد. معادلات دیفرانسیلی مذکور قابل حل به روش تحلیلی نمی‌باشد. دیمارچی (۱۹۳۴) برای حل این معادلات به صورت تحلیلی از افت انرژی و شیب بستر صرف‌نظر نمود و رابطه‌ای تحلیلی بدست آورد. پارملی (۱۹۰۵) از اولین کسانی بود که سرریز جانبی را در سیستم‌های دفع فاضلاب مطالعه کرد. ایکرز (۱۹۵۷) و فریزر (۱۹۵۷) توزیع غیر هیدرواستاتیکی فشار در نزدیکی سرریز جانبی را در نظر گرفتند و نتایج آزمایشگاهی را بهبود دادند. کولینج (۱۹۵۷) نشان داد که با صرف‌نظر کردن از افت انرژی و اعمال ضریب سرریز ثابت نتایج حل تحلیلی بدست آمده با نتایج اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی در رژیم جریان فوق بحرانی تفاوت قابل توجهی نشان می‌دهند. نتایج واقعی نشان می‌دهد که افت انرژی حائز اهمیت است [الخشاب و اسمیت (۱۹۷۶)، رانگا راجو و همکاران (۱۹۷۹)، هاگر (۱۹۸۷)، سینگ و همکاران (۱۹۹۴) و اسوامی و همکاران (۱۹۹۴)]. سابرامانیا و اواستی (۱۹۷۲)، یو-تک (۱۹۷۲)، الخشاب و اسمیت (۱۹۷۶)، رانگا راجو و همکاران (۱۹۷۹)، هاگر (۱۹۸۷)، کومار و پاتاک (۱۹۸۷) و چیونگ (۱۹۹۱) ضریب سرریز جانبی را تابعی از فقط عدد فرود در نظر گرفتند. همچنین اثرات ارتفاع دیوار سرریز، عرض کانال و طول سرریز توسط رامامورتی و کاربالادا (۱۹۸۰)، گزارش شده است. اویماز و موسلو (۱۹۸۵)، اویماز و اسمیت (۱۹۹۱) و اویماز (۱۹۹۲) ضریب سرریز را تابع عدد فرود، طول سرریز، و عمق جریان در نظر گرفتند. سینگ و همکاران (۱۹۹۴)، و اسوامی و همکاران (۱۹۹۴) عرض کانال را نیز بعنوان یک متغیر مؤثر در تعیین ضریب سرریز منظور کردند. داس (۱۹۹۷) در تحقیقات خود ضریب سرریز را ثابت در نظر گرفت. شفای و ایزدجو (۱۹۹۶) با مقایسه روش‌های مختلف نتیجه‌گیری کردند که معادله ارائه شده برای ضریب سرریز جانبی توسط سینگ و همکاران بهترین نتایج را می‌دهد.

در این تحقیق روابط غیر خطی برای سرریز جانبی پیشنهاد شده است که ضرایب آن بر اساس تکنیک بهینه‌سازی غیرخطی تعیین می‌گردد.

تئوری

معادلات حاکم بر جریان متغیر مکانی با کاهش دبی به صورت ذیل است: (هندرسون، ۱۹۶۱)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - \frac{n^2 Q^2}{R^{4/3} A^2} - \frac{Q}{gA^2} \frac{dQ}{dx}}{1 - \frac{Q^2 B}{gA^3}} = f(y, Q) \quad (1)$$

$$\frac{dQ}{dx} = -\frac{2}{3} C \sqrt{2g} (y-w)^{1.5} = g(y) \quad (2)$$

که در آن:

x = فاصله از مبدا در طول کانال	g = شتاب ثقل زمین
y = عمق جریان در کانال	R = شعاع هیدرولیکی مقطع جریان در کانال
S_0 = شیب بستر کانال	B = عرض سطح آب در مقطع کانال
n = ضریب مانینگ بستر و دیواره کانال	C = ضریب سرریز جانبی
Q = دبی جریان	w = ارتفاع لبه سرریز از بستر کانال
R = شعاع هیدرولیکی مقطع جریان در کانال	
A = سطح مقطع جریان در کانال	

معادلات (۱) و (۲) با شرایط مرزی مختلف توسط روش عددی رانج - کوتا مرتبه چهارم حل می‌شود. چنانچه جریان زیر بحرانی باشد، کنترل دریائین دست بوده و در نتیجه شرایط مرزی پائین دست لازم خواهد بود. از این رو محاسبات از پائین دست باید شروع شود و گام به گام به سمت بالا دست ادامه می‌یابد. در جریان فوق بحرانی، بر عکس جریان زیر بحرانی، کنترل در بالا دست بوده و در نتیجه محاسبات از بالا دست باید شروع شود. برای حل دستگاه معادلات فوق از روش رانج - کوتا مرتبه چهارم استفاده می‌شود. بنابر این:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6} (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \quad (3)$$

$$Q_{i+1} = Q_i + \frac{1}{6} (L_1 + 2L_2 + 2L_3 + L_4) \quad (4)$$

که در آن y_i ، y_{i+1} ، Q_i و Q_{i+1} به ترتیب عمق‌ها و دبی‌های جریان در ابتدا و انتهای عنصر i ام (به شکل ۱ توجه شود) و ضرایب از روابط زیر بدست می‌آیند:

$$K_1 = \Delta x f(y_i, Q_i)$$

$$L_1 = \Delta x g(y_i)$$

$$K_2 = \Delta x f\left(y_i + \frac{K_1}{2}, Q_i + \frac{L_1}{2}\right)$$

$$L_2 = \Delta x g\left(y_i + \frac{K_1}{2}\right)$$

$$K_3 = \Delta x f\left(y_i + \frac{K_2}{2}, Q_i + \frac{L_2}{2}\right)$$

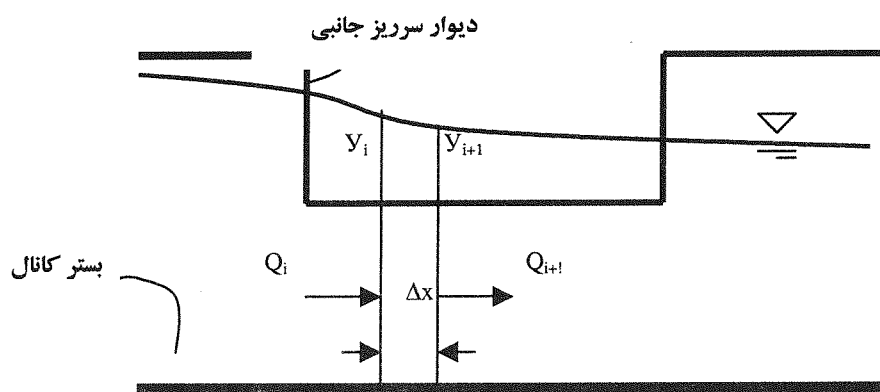
$$L_3 = \Delta x g\left(y_i + \frac{K_2}{2}\right)$$

$$K_4 = \Delta x f(y_i + K_3, Q_i + L_3)$$

$$L_4 = \Delta x g(y_i + K_3)$$

(۵)

Δx = طول هر عنصر



شکل (۱) یک عنصر به طول Δx در یک سرریز جانبی و متغیرهای مربوطه.

با تقسیم کردن طول سرریز به مجموعه‌ای از عناصر که طول هر کدام برابر Δx است عمق و دبی جریان با استفاده از روابط (۳) ، (۴) و (۵) عنصر به عنصر محاسبه می‌شود. برای حالتی که در سراسر سرریز جریان زیر بحرانی برقرار باشد، شرایط مرزی در

پایین دست لازم بوده و از آنجا محاسبات شروع می‌شود. نکته حائز اهمیت در شروع محاسبات اینست که دبی جریان در پایین دست سرریز معلوم نیست، زیرا دبی انحرافی از روی سرریز جانبی مجهول است. بنابراین محاسبات توسط روش عددی ارائه شده با استفاده از معادلات مذکور به سمت بالا دست ادامه پیدا می‌کند تا به ابتدای سرریز برسد. دبی محاسبه شده در ابتدای سرریز بایستی برابر با دبی کانال بالا دست باشد. در غیر اینصورت با یک دبی فرضی دیگر محاسبات مجدداً از پایین دست شروع می‌شود. این روال آنقدر تکرار می‌شود تا دبی ابتدای سرریز برابر با نزدیک به دبی کانال در بالا دست گردد. لازم به ذکر است که محاسبات مذکور از دبی‌های کم شروع می‌شود تا جهت تصحیح در مراحل محاسباتی بعدی مشخص باشد.

برای حالتی که در سراسر سرریز جریان فوق بحرانی برقرار باشد، کنترل در بالا دست خواهد بود یعنی محاسبات باید از ابتدای سرریز شروع شود. این حالت مانند حالت قبلی نیاز به تکرار ندارد زیرا در بالا دست سرریز، دبی و عمق جریان هر دو معلوم می‌باشند. بنا بر این محاسبات عنصر به عنصر از بالا دست به سمت پایین دست بر اساس معادلات (۳)، (۴) و (۵) به راحتی تا انتهای سرریز ادامه پیدا می‌کند.

بهینه سازی ضریب دبی سرریز و تجزیه و تحلیل داده های آزمایشگاهی

نتایج تحقیقات تعداد زیادی از محققین نشان می‌دهد که ضریب سرریز ثابت نمی‌باشد [یو-تک (۱۹۷۲)، ناندسامورتی و تومسون (۱۹۷۲)، سابرامانیا و اواستی (۱۹۷۲)، رانگا راجوو همکاران (۱۹۷۹)، سینگ و همکاران (۱۹۹۴) و واسوامی و همکاران (۱۹۹۴)]. در این تحقیق طول سرریز را به یک سری از عناصر که طول هر کدام Δx تقسیم و برای هر کدام یک ضریب سرریز C_e در نظر گرفته شد. همچنین یک ضریب میانگین C_M برای کلیه عناصر بررسی گردید. متغیرهای مؤثر به صورت بی بعد در آورده شده‌اند و سپس روابط متعدد ریاضی مورد بررسی قرار گرفت و نتایج آنها با نتایج واقعی مقایسه شد. روابط ذیل نتایج بهتری نسبت به روابط دیگر داد:

$$C_e = \alpha + \beta Fr^\gamma + \eta \left(\frac{w}{y} \right)^\zeta \quad (۶)$$

$$C_M = \alpha' + \beta' Fr_1^{\gamma'} + \eta' \left(\frac{w}{y_1} \right)^\zeta \quad (۷)$$

که در آنها:

Fr = عدد فرود در محل عنصر مورد نظر

Fr_1 = عدد فرود در ابتدای سرریز جانبی

y_1 = عمق جریان در ابتدای سرریز جانبی

$\alpha, \beta, \gamma, \zeta, \eta, \alpha', \beta', \gamma', \zeta, \eta'$ ضرایبی هستند که در فرایند کالیبراسیون باید تعیین شوند.

برای پیدا کردن ضرایب مجهول بهینه معادلات (۶) و (۷) از داده‌های آزمایشگاهی انجام شده در آزمایشگاه هیدرولیک دانشگاه شهید چمران اهواز استفاده شده است [ایزدجو (۱۳۷۴)]. در آزمایش‌های مذکور عرض کانال اصلی ۳۷/۵ سانتی متر و عرض کانال جانبی ۵/۱۱ متر بوده است. سرریزهای جانبی مورد استفاده در این آزمایشها لبه تیز مستطیلی بوده با طول متغیر بین ۱۰ تا ۳۰ سانتی متر و ارتفاع لبه سرریز از بستر کانال اصلی بین ۵ تا ۱۰ سانتی متر متغیر است. محدوده دبی‌ها در کانال اصلی بین ۲/۴ تا ۲۴ لیتر در ثانیه بوده است. بنابر این میدان تغییرات قابل توجهی برای پارامترها جهت کالیبراسیون و بدست آوردن نتایج نسبتاً جامع در دسترس بوده است. از پنجاه و چهار آزمایش، چهل و دو آزمایش آن برای کالیبراسیون و تعیین ضرایب معادلات سرریز استفاده شده و از دوازده آزمایش دیگر برای ممیزی نتایج بهره جسته شده است.

برای کالیبراسیون و تعیین ضرایب معادلات (۶) و (۷) باید طوری عمل شود که نتایج محاسباتی دبی‌های انحرافی از طریق سرریز جانبی حد اقل تفاوت‌ها را با دبی‌های انحرافی اندازه‌گیری شده واقعی داشته باشد. برای این منظور از رابطه ذیل استفاده گردید:

$$f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{Q_{\text{calc.}} - Q_{\text{meas.}}}{Q_{\text{meas.}}} \right)^2 \quad (8)$$

که در آن:

N = تعداد آزمایش‌ها

$Q_{\text{calc.}}$ = دبی انحراف از سرریز جانبی محاسبه شده

$Q_{\text{meas.}}$ = دبی انحراف از سرریز جانبی اندازه‌گیری شده

Q_{calc} تابع $\zeta, \eta, \gamma, \beta, \alpha$ برای حالتی که از C_e استفاده می‌شود و تابع $\zeta', \eta', \gamma', \beta', \alpha'$ برای حاتی که C_M بکار برده می‌شود. بنابر این f نیز تابعی از پارامترهای ذکر شده می‌باشد. این تابع صریح نمی‌باشد. بعبارت دیگر چگونگی تغییرات آن با تغییر پارامترها به شکل واضح و مستقیم در دسترس نیست. برای تعیین مقدار تابع f برای هر سری از پارامترهای ذکر شده لازم است که ابتدا معادلات دیفرانسیلی (۱) و (۲) با در نظر گرفتن همان پارامترها حل شوند و سپس با قرار دادن نتایج در معادله (۸) مقدار تابع f محاسبه گردد. به همین ترتیب می‌توان مقدار تابع f را برای سری‌های دیگر پارامترها تعیین نمود. ضرایب معادلات (۵) و (۶) باید طوری تعیین شوند که f حد اقل گردد. برای نایل شدن به این منظور حل عددی معادلات دیفرانسیلی (۱) و (۲) و بهینه‌سازی غیر خطی تلفیق گردیده‌اند. روش بهینه‌سازی غیر خطی انتخاب شده در این تحقیق روش پاول تبدیل شده (باکس، ۱۹۶۶) می‌باشد. مشتق‌های تابع f نسبت به پارامترها به سادگی قابل تعیین نیستند. این موضوع مناسب بودن روش بهینه‌سازی انتخاب شده را دو چندان می‌نماید زیرا روش مذکور نیاز به مشتق‌گیری ندارد و مبتنی بر جستجو بوده و همچنین دارای سرعت بسیار بالایی می‌باشد. روش بهینه‌سازی بکار برده شده برای پیدا کردن نقطه بهینه از روش جستجو در مسیرهای متعامد استفاده می‌نماید. بدین معنی که در هر گام مقدار تابع هدف با گام قبلی مقایسه می‌شود. چنانچه مقدار تابع هدف رو به کاهش برود، یعنی جستجو به سمت نقطه مینیمم به درستی پیش می‌رود و در نتیجه همان مسیر ادامه پیدا می‌کند. در غیر اینصورت مسیر جستجو در جهت خلاف جهت قبلی طی خواهد شد. این عمل آنقدر ادامه داده می‌شود تا به نقطه مینیمم برسیم. عمل جستجوی مذکور از یک نقطه دلخواه شروع می‌شود. بنابر این لازمست که از نقاط شروع زیادی که در دامنه متغیرها پخش شده باشند عمل جستجو انجام شود تا از بدست آوردن نقطه بهینه کلی اطمینان حاصل شود [باکس، ۱۹۶۵]. الگوریتم تعیین ضرایب معادلات (۶) و (۷) در ذیل بطور خلاصه ارائه شده است:

۱- ضرایب معادلات (۶) و (۷) انتخاب شوند.

۲- اطلاعات مربوط به آزمایش‌ها داده شود.

۳- معادلات دیفرانسیلی (۱) و (۲) با روش رانج - کوتا حل شوند و دبی انحرافی از سرریز جانبی برای کلیه آزمایش‌ها بر اساس ضرایب انتخاب شده محاسبه گردد.

۴- تابع f از رابطه (۸) محاسبه شود.

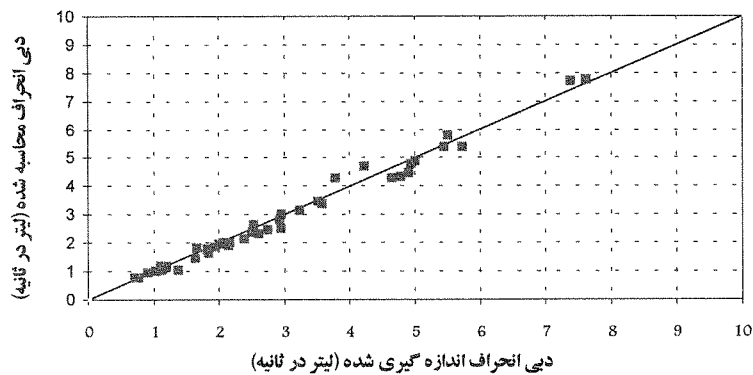
۵- با استفاده از برنامه بهینه‌سازی تعیین شود که آیا تابع f حد اقل است؟ اگر پاسخ مثبت باشد بهینه‌سازی خاتمه یافته است و ضرایب تعیین شده ضرایب بهینه مورد نظر می‌باشد. در غیر اینصورت برنامه بهینه‌سازی مقادیر ضرایب را تغییر داده و مجدداً گام‌های ۲ الی ۵ تکرار می‌گردد. این عمل آنقدر تکرار می‌شود تا مقادیر بهینه ضرایب بدست آیند.

روابط بدست آمده از تحلیل مذکور برای ضرایب سرریز C_e و C_M به صورت ذیل است:

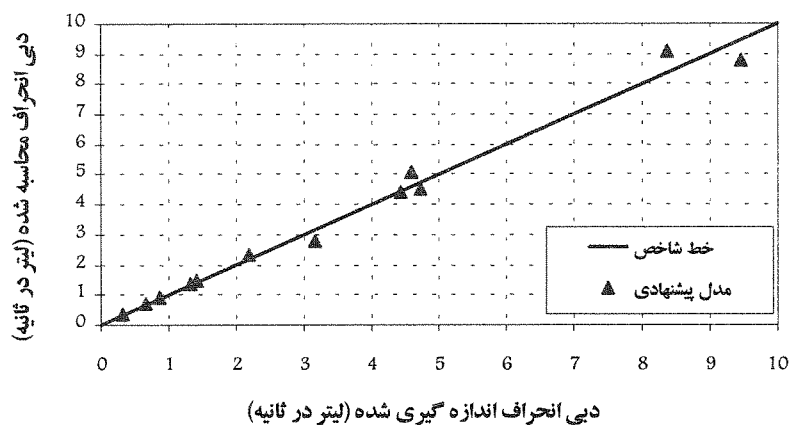
$$C_e = 0.43 - 0.2 Fr^{1.42} + 0.59 \left(\frac{W}{y} \right)^{2.49} \quad (9)$$

$$C_M = 0.68 - 0.28 Fr_1^{0.074} + 0.76 \left(\frac{W}{y_1} \right)^{3.34} \quad (10)$$

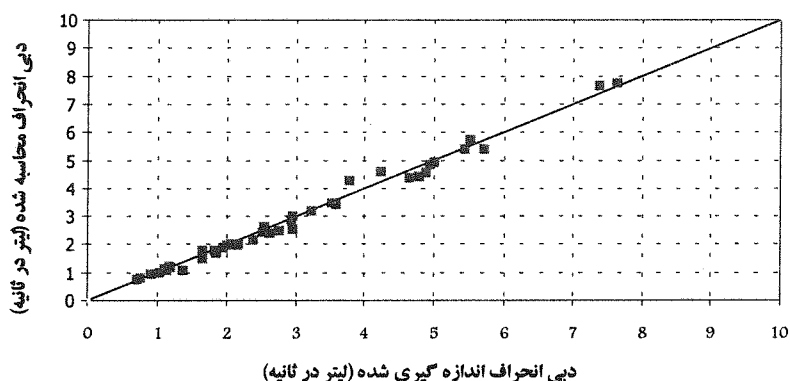
در شکل ۲ دبی انحراف محاسبه شده از مدل ریاضی بر اساس C_e معادله (۹) در مقابل دبی انحراف اندازه‌گیری شده داده‌های استفاده شده در کالیبراسیون نشان داده شده است. در شکل ۳، دبی انحراف محاسبه شده از مدل ریاضی بر اساس C_e معادله (۹) در مقابل دبی انحراف اندازه‌گیری شده داده‌های ممیزی نشان داده شده است. به همین ترتیب نتایج کالیبراسیون و ممیزی برای C_M در شکل‌های ۴ و ۵ نمایش داده شده‌اند.



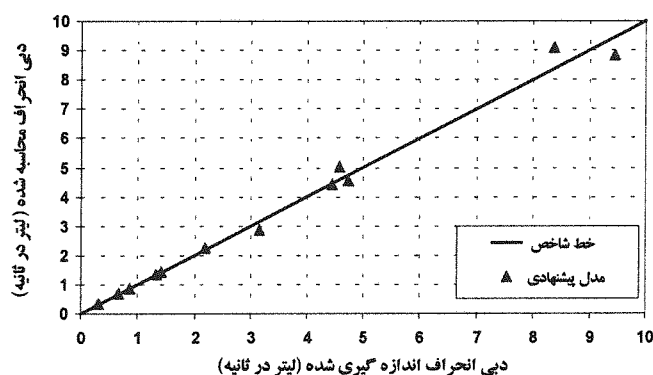
شکل (۲) کالیبراسیون دبی انحراف از سرریز جانبی محاسبه شده در مقابل دبی انحراف اندازه‌گیری شده بر اساس C_e .



شکل (۳) ممیزی دبی انحراف از سرریز جانبی محاسبه شده در مقابل دبی انحراف اندازه‌گیری شده بر اساس C_e .



شکل (۴) کالیبراسیون دبی انحراف از سرریز جانبی محاسبه شده در مقابل دبی انحراف اندازه گیری شده براساس C_M .



شکل (۵) ممیزی دبی انحراف از سرریز جانبی محاسبه شده در مقابل دبی انحراف اندازه گیری شده براساس C_M .

مقایسه نتایج مدل پیشنهادی با نتایج دیگران

روابط متعددی برای ضریب سرریز توسط محققین مختلف ارائه شده است. مهمترین این روابط برای دوازده آزمایش اعمال شده است و نتایج حاصله با نتایج مدل پیشنهادی در جدول ۱ ارائه شده است. میانگین در صد خطای نسبی برای هر کدام از روش‌ها نیز در جدول منعکس شده است. میانگین در صد خطای نسبی به صورت ذیل تعریف می‌شود:

$$Err_{av.} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|Q_{meas.} - Q_{calc.}|}{Q_{meas.}} \times 100 \quad (11)$$

نتیجه گیری

در این تحقیق ضریب سرریز تابع عدد فرود، ارتفاع دیوار سرریز و عمق جریان در نظر گرفته شده است. ضریب سرریز یکبار به صورت تابعی موضعی که برای هر عنصر باید محاسبه شود در نظر شده است و یکبار به صورت تابعی میانگین که برای کلیه عناصر یکسان است منظور شده است. پارامترهای مجهول توابع مذکور بر اساس داده‌های آزمایشگاهی با استفاده از بهینه‌سازی غیرخطی تعیین گردیده‌اند. نتایج ممیزی ارائه شده در شکل‌های ۳ و ۵ خطای قابل قبولی را نشان می‌دهند. در صد خطای نسبی محاسبه

شده با بکار بردن رابطه (۹) برای C_e برابر $5/22$ درصد و با بکار بردن رابطه (۱۰) برای C_M برابر با $6/75$ درصد می‌باشد. این موضوع نشان می‌دهد که معادلات ارائه شده در مقایسه با معادلات دیگران که در صد خطای نسبی آنها در جدول ۱ نشان داده شده است، از برتری نسبی خوبی برخوردار است. همچنین با توجه به جدول ۱ نتیجه گرفته می‌شود که در مجموع استفاده از C_e نسبت به C_M نتایج با خطای نسبی کمتری می‌دهد. ولی از نظر نباید دور داشت که استفاده از C_M ساده‌تر است. زیرا با یک ضریب میانگین سروکار خواهیم داشت. همچنین ضرایب روابط بدست آمده برای C_e نشان می‌دهد که عدد فرود موضعی نسبت به بقیه پارامترها از اهمیت بیشتری برخوردار است.

جدول (۱) مقایسه نتایج جدول مدل پیشنهادی با مدل‌های دیگر محققان.

ردیف	نام محقق	معادله مربوطه	میانگین در صد خطای نسبی
1	Swamee et al	$C_e = 0.447 \left[\left(\frac{44.7w}{49w + y} \right)^{6.67} + \left(\frac{y-w}{y} \right)^{0.67} \right]^{-0.15}$	20.61
2	Singh et al	$C_M = 0.33 - 0.18Fr_1 + 0.49 \frac{w}{y_1}$	8.765
3	Subramanya & Awasthy	$C_M = 0.864 \sqrt{\frac{1 - Fr_1^2}{2 + Fr_1^2}}$	16.3
4	Yu-Tech.	$C_M = 0.622 - 0.222 Fr_1$	16.29
5	Nandesamoorthy & Thomson	$C_M = 0.432 \sqrt{\frac{2 - Fr_1^2}{1 + 2 Fr_1^2}}$	15.98
6	Ranga Raju et al	$C_M = 0.81 - 0.6 Fr_1$	18.09
7	Proposed Model C_e	$C_e = 0.43 - 0.2 Fr_1^{1.42} + 0.59 \left(\frac{w}{y} \right)^{2.49}$	5.22
8	Proposed Model C_M	$C_M = 0.68 - 0.28 Fr_1^{0.074} + 0.76 \left(\frac{w}{y_1} \right)^{3.34}$	6.57

فهرست نمادها

n = ضریب مانینگ بستر و دیواره کانال	A = سطح مقطع جریان در کانال
N = تعداد آزمایش‌ها	B = عرض سطح آب در مقطع کانال
Q = دبی جریان	C = ضریب سرریز جانبی
$Q_{catc.}$ = دبی انحراف از سرریز جانبی محاسبه شده	C_e = ضریب سرریز جانبی برای هر عنصر
Q_i = دبی جریان در ابتدای عنصر i ام	C_M = ضریب سرریز جانبی میانگین
Q_{i+1} = دبی جریان در انتهای عنصر i ام	$Err_{av.}$ = میانگین در صد خطای نسبی
$Q_{meas.}$ = دبی انحراف از سرریز جانبی اندازه‌گیری شده	f = تابع مجموع تفاوت مجذورات نسبی
R = شعاع هیدرولیکی مقطع جریان در کانال	Fr = عدد فرود در محل عنصر مورد نظر
S_0 = شیب بستر کانال	Fr_1 = عدد فرود در ابتدای سرریز جانبی
W = ارتفاع لبه سرریز از بستر کانال	g = شتاب ثقل زمین
x = فاصله از مبدا در طول کانال	L_j = طول پرش هیدرولیکی

y_{i+1} = عمق جریان در انتهای عنصر i ام
 Δx = طول هر عنصر

y_1 = عمق جریان در کانال
 y_1 = عمق جریان در ابتدای سرریز جانبی
 y_1 = عمق جریان در ابتدای عنصر i ام

زیر نویس ها

$\zeta', \eta', \gamma', \beta', \alpha', \zeta, \eta, \gamma, \beta, \alpha$ ضرایبی هستند که در فرایند کالیبراسیون تعیین می شوند.
 $L_4, L_3, L_2, L_1, K_4, K_3, K_2, K_1$ ضرایب رانج-کوتا می باشند.

Runge-Kutta fourth order method
Calibration
Verification
Powell's transformed conjugate direction nonlinear optimization method
Searching
Global optimum

مراجع

- [1] Ackers, P. (1957). "A theoretical Consideration of Side Weirs as Storm Water Flows." Proceedings of the Institution of Civil Engineers, London, England, Vol. 6, pp. 250-269.
- [2] Box M.J. (1966). "A Comparison of Several Current Optimization Methods, and Use of Transformation in Constrained Problems." The Computer Journal, pp.67-77.
- [3] Cheong, H. (1991). "Discharge Coefficient of Lateral Diversion from Trapezoidal Channel." Journal of Irrigation and Drainage Engrg., ASCE, 117(4), pp. 461-475.
- [4] Collinge, V. K. (1957). "The Discharge Capacity of the Side Weirs." Proceedings of the Institution of Civil Engineers, London, England, Vol. 6, pp. 288-304.
- [5] Das, A. (1997). "Spatially Varied Flow Over an Embankment Side Weir." Journal of Irrigation and Drainage Engrg., ASCE, 120(4), pp. 742-755.
- [6] De-Marchi, G. (1934). "Essay on the Performance of Lateral Weirs." L. Energia Elettrica, Millan, Italy, 11, pp. 849-860.
- [7] El Khashab, A. M. M., and Smith, K. V. H. (1976). "Experimental Investigation of Flow Over Side Weirs." Journal of Hydraulics Engineering, ASCE, Vol. 102, No. HY9, pp. 1255-1268.
- [8] Frazer, W. (1957). "The Behaviour of Side Weirs in Prismatic Rectangular Channels." Proceedings of the Institution of Civil Engineers, London, England, Vol.6, pp. 305-316.
- [9] Hager, W. H. (1987). "Lateral Outflow Over Side Weirs." Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 113(4), pp. 491-503.
- [10] Henderson, F. M. (1961). "Open Channel Flow." McMillan Series in Civil Engineering, New York.
- [11] Izadjoo, F. (1374). "Modelling and Design of Side Weirs." M.Sc. Dissertation, Irrigation and Drainage Department, Shahid Chamran University.
- [12] Kumar, C. P., and Pathak, S. L. (1987). "Triangular Side Weirs." Journal of Irrigation and Drainage Engrg., ASCE, 113(1), 98-106.
- [13] Nandesamoorthy, T., and Thomson, A. (1972). A Discussion of "Spatially Varied Flow Over Side Weirs." Journal of Hydraulics Engineering, ASCE, Vol. 98, No. 12, pp. 2234-2235.
- [14] Parmley, W. C. (1905). "The Walworth Sewers Cleveland, Ohio." Trans., ASCE, 55, pp. 341-412 15.
- [15] Ramamurthy, A. S., and Carballada, L. (1980). "Lateral Weir Flow Model." J. Irrigation and Drainage Engrg., ASCE, 112(1), 130-138.
- [16] Ranga Raju, K. G. B., Prasad, B., and Gupta, S. K. (1979). "Side Weir in Rectangular Channel." Journal of Hydraulics Engineering, ASCE, Vol. 105, pp 547-554.
- [17] Shafaei Bajestan, M. and Izadjoo, F. (1996). "A computer Model for Design of Side Weirs." Journal of Engineering Faculty, Tabriz University, No. 10, pp. 1-12.
- [18] Singh, R., Manivannan, D., and Satyanarayana, T. (1994). "Discharge Coefficient of Rectangular Side Weirs." Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, 120(4), pp. 814-819.
- [19] Subramanya, K. and Awasthy, S. C. (1972). "Spatially Varied Flow Over Side Weirs." Journal of Hydraulics Engineering, ASCE, 98(1), pp. 1-10.
- [20] Swamee, P. K., and Pathak, S. K. (1994). "Subcritical Flow Over Rectangular Side Weir." Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, 120(1), pp. 212-217.

- [21] Uyumaz, A. (1992). "Side Weir in Triangular Channel." Journal of Irrigation and Drainage Engrg., ASCE, 118(6), pp. 965-970.
- [22] Uyumaz, A., and Muslu, Y. (1985). "Flow Over side Weirs in Circular Channels." Journal of Hydraulics Engineering, ASCE, 111(1), pp. 144-160.
- [23] Uyumaz, A., and Smith, R. H. (1991). "Design Procedure for Flow Over Side Weirs." Journal of Irrigation and Drainage Engrg., ASCE, 117(1), pp. 79-90.
- [24] Yu-Tech, L. (1972). Discussion of "Spatially Varied Flow Over Side Weirs." By Subramanya, K. and Awasthy, S. C., Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 98, No. 11, pp. 2046-2048.