

# مقایسه سه راهبرد بهینه سازی برنامه تکاملی، الگوریتم ژنتیکی و روش دی اف پی (DFP) در بهینه سازی پاسخ سرعت سازه ها

محمد حسین ابوالبشری  
استادیار

گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

## چکیده

موضوع این مقاله، بهینه سازی پاسخ سرعت سازه هاست. از آنجا که تا کنون پژوهش های اندکی در خصوص بهینه سازی پاسخ سرعت سازه ها انجام شده است، بکارگیری روش های مختلف بهینه سازی در مورد سازه های ساده می تواند در شناخت عملکرد پاسخ سرعت سازه ها کمک شایانی بنماید. مسئله مورد بحث در این پژوهش عبارتست از بدست آوردن ارتفاع یک تیر در نقاط مختلف آن، برای اینکه وقتی از یک موقعیت تغییر شکل یافته رها می شود، سرعت سر آن ماکزیمم گردد. این مسئله با دو روش مرتبه صفر برنامه تکاملی و الگوریتم ژنتیکی و یک روش مرتبه اول به نام دی اف پی (DFP) حل شده است و جواب های بدست آمده با هم مقایسه گردیده اند. بهترین جواب، توسط الگوریتم ژنتیکی بدست آمده است که ۴۲۸٪ بهبود در سرعت سر تیر را در مقایسه با تیر بکنواخت نشان می دهد. تحلیل دینامیکی تیر به کمک بسته نرم افزاری ANSYS5.4 انجام شده است.

## کلمات کلیدی

بهینه سازی، پاسخ سرعت، تیر، الگوریتم ژنتیکی، برنامه تکاملی، دی اف پی (DFP)

## Comparison of Three Optimization Approaches, of the Evolutionary Program, the Genetic Algorithm and the DFP, in Optimization of the Velocity Response of Structures

M.H.Abolbashari,  
Assistant Professor  
Mechanical Engineering Department,  
Ferdowsi University of Mashhad

## Abstract

*This paper is concerned with the optimization of velocity response of structures. Since a few research have been done in the field of velocity response optimization so far, using different optimization approaches for simple structures can provide an insight into the behaviour of the velocity response of such structures. The problem reported here seeks the optimum heights of a simply supported beam for maximizing its tip velocity when released from a deflected state. The problem has been solved using two zero-order methods, the Evolutionary Program and the Genetic Algorithm (GA), and a first-order method, DFP. The results of these three methods have been compared against each other. The best result has been obtained using the GA, which yields to a 428% improvement in the tip velocity with respect to a uniform beam. The dynamic analysis has been carried out using the ANSYS5.4 program.*

## Keywords

*Optimization, Velocity response, Beam, Genetic algorithm, Evolutionary program, DFP*

شنا که بصورت یک تیر با تکیه گاه های ساده مدل شده است، برای ماکزیمم سازی سرعت سر آن بهینه شده است [6]. همچنین در [7] ماکزیمم سازی سرعت سر یک تیر یکسر گیردار با استفاده از الگوریتم ژنتیکی بهبود یافته توسط منطق فازی انجام شده است. به کارگیری دو روش متغیر متریک و برنامه تکاملی نیز در پژوهش دیگری برای ماکزیمم سازی سر آزاد یک تخته شنا گزارش شده است [8]. در این مقاله با دیدگاهی جامعتر، به کارگیری روش های مرتبه صفر و یک در بهینه سازی پاسخ سرعت سازه ها مورد بحث قرار می گیرد.

در مورد کارهای انجام گرفته در بهینه سازی رفتار ارتعاشی سازه ها می توان به [9] اشاره کرد که در آن از بهینه سازی تکاملی (Evolutionary Optimization) برای حل مسائل استفاده شده است. ماکزیمم سازی فاصله بین فرکانس های طبیعی اول و دوم یک سازه، در [10] مورد بحث قرار گرفته است. شیزکوسکی (Szyzkowski) و کینگ (King) [11]، همچنین گراندی (Grandhi) و ونکا یا (Venkayya) [12] تحقیقات متعددی در مورد فرکانس های یک سازه، به عنوان تابع هدف یا قیود مسئله انجام داده اند. در [1] نیز مسئله ای در مورد مینیمم سازی میانگین مربعی مکان سر یک تیر با دو تکیه گاه که تحت یک بارگذاری وابسته به زمان می باشد، حل شده است. آلهورف (Olhoff) [13] چگونگی توزیع ماده را در یک تیر با ارتعاشات عرضی یا یک محور گرد دوار، بررسی کرده است تا بیشترین فرکانس طبیعی یا سرعت بحرانی حاصل شود. همچنین نوردسون (Niordson) [14] بهترین تیر مخروطی با دو تکیه گاه ساده را به منظور ماکزیمم سازی فرکانس طبیعی سازه، برای یک حجم مشخص از آن و برای پایین ترین شکل مدی، در حرکت ارتعاش عرضی بدست آورده است. ترنر (Terner) [15] نیز یک روش عددی را برای مینیمم سازی وزن سازه با یک فرکانس طبیعی مشخص، گسترش داده است. در مورد بهینه سازی سازه های تحت بارهای دینامیکی به روش ضرایب لاگرانژ، پانگ (Paeng) و آرورا (Arora)، در [16] بحثی ارائه کرده اند. آنها یک تابعی (افزایش یافته) برای مسئله بهینه سازی پاسخ دینامیکی تعریف کرده و روش طراحی حساسیت را گسترش داده اند.

## ۲- روشهای بهینه سازی عددی

حل مسائل بهینه سازی به دو روش تحلیلی و عددی امکان پذیر است. برای پیدا کردن اکسترمم های محلی و فراگیر یک تابع، روش تحلیلی، روشی قدرتمند است؛ گرچه استفاده از این روش، در گرو در دست بودن شکل صریح تابع هدف و

در بهینه سازی سازه ها، اغلب مینیمم سازی وزن آنها با در نظر گرفتن قیود مشخصی روی تنش ها و تغییر مکان ها مورد توجه قرار گرفته است. بهینه سازی پاسخ های وابسته به زمان سازه، در بهینه سازی پاسخ دینامیکی مورد بحث قرار می گیرد. از طرفی، بعضی از خواص ارتعاشی سازه ها، نظیر فرکانس طبیعی آنها، اگر چه به عنوان پاسخ دینامیکی مطرح نمی شود، اما روش های حل عددی مورد استفاده در آنها شباهت زیادی به روش های مورد استفاده در بحث بهینه سازی پاسخ دینامیکی دارد. حجم کارهای انجام گرفته در بهینه سازی پاسخ دینامیکی، در مقایسه با مطالعات انجام شده در مورد مینیمم سازی وزن سازه ها اندک می باشد [1]. مسائل مربوط به بهینه سازی پاسخ دینامیکی، شامل مسائل مشکل تری نسبت به بارگذاری استاتیکی سازه ها می باشد. این دشواری از آنجا ناشی می شود که معمولاً تابع هدف، تابعی از تغییر مکان ها، سرعت ها و شتاب هاست و قیود، در حالت کلی، غیر صریح و نسبت به پارامترهای طراحی، غیر خطی اند. تابع هدف در مسائل بهینه سازی پاسخ دینامیکی می تواند وزن، بیشترین مقدار تغییر مکان ها، سرعت ها، شتاب ها یا تنش ها انتخاب شود. اگر چه در مورد بهینه سازی پاسخ دینامیکی در سه دهه اخیر پیشرفت های زیادی حاصل شده است، اما روش های کارا و مناسب هنوز شناسائی و معرفی نشده اند.

هر چند در خصوص بهینه سازی پاسخ دینامیکی سازه ها از نگاه ارتعاشات، به ویژه فرکانس های طبیعی، پژوهش های قابل ملاحظه ای انجام شده است، ولی در بهینه سازی پاسخ سرعت سازه ها پژوهش های کمی صورت گرفته است. ماکزیمم سازی سرعت سر آزاد یک تیر یکسر گیردار، وقتی از یک موقعیت تغییر شکل یافته رها می شود از پژوهش های اولیه ای است که در مقالات گزارش شده است [2]. در همین راستا، روش های الگوریتم ژنتیکی، برنامه تکاملی و متغیر متریک نیز بکار گرفته شده اند و شکل های بدست آمده با هم مقایسه گردیده اند ([3] و [4]). وجود جواب های مختلف و شکل های گوناگون از تیرهای بهینه، سبب شد که روش های متعددی در این زمینه بکار گرفته شود تا ماهیت مسئله که دارای بهینه های محلی گوناگون است بیشتر روشن شود. روش های مختلف مرتبه صفر و یک و روشهای ترکیبی، در [5] ارائه گردیده است. از طرف دیگر، استفاده از روش های معیار بهینگی با توجه به روابط پیچیده تابع هدف و قیدها و همچنین شکل انتگرالی و غیر خطی بودن آنها به سادگی امکان پذیر نیست. در راستای بهینه سازی پاسخ سرعت سازه ها، اخیراً یک تخته

مشتقات آن و همچنین عدم پیچیدگی آنهاست. روش های عددی محدودیت پیش گفته شده را ندارند و در حل مسائل بیشماری استفاده می شوند. روش های عددی شامل الگوریتم های متعددی می باشد که به مرور زمان ابداع شده اند و به الگوریتم های مرتبه صفر، اول و دوم تقسیم می شوند. در روش های مرتبه صفر، فقط از مقادیر تابع برای پیدا کردن نقاط اکسترم، استفاده می شود، در حالیکه در روش های مرتبه اول و دوم، علاوه بر مقادیر تابع، از مشتقات تابع هدف نیز استفاده می شود.

برنامه تکاملی یکی از روش های ساده مرتبه صفر است که به دلیل همین سادگی، اغلب مورد توجه قرار می گیرد. از طرفی الگوریتم ژنتیکی یکی از روش های قدرتمند مرتبه صفر است که طی دهه های اخیر شالوده نظری آن پایه ریزی شده است و در قسمتی از آن از برنامه تکاملی نیز کمک گرفته می شود. از نقص های مهم روش های مرتبه صفر، همگرایی کند آنها در مقایسه با الگوریتم های مرتبه اول است. روش DFP یکی از روش های مرتبه اول بهینه ساز است که کارایی آن در مسائل مختلف مورد تأیید قرار گرفته است [17]. در ادامه این سه روش به اجمال تشریح می شوند.

## ۱-۲-۱. الگوریتم ژنتیکی

الگوریتم ژنتیکی یک روش آماری برای بهینه سازی است که ویژگی های خاص این الگوریتم، باعث شده است که نتوان آن را یک جستجوگر تصادفی ساده قلمداد کرد [18]. نحوه کار الگوریتم ژنتیکی، الهام گرفته از نظریه تکامل چارلز داروین (Charles Darwin) می باشد که توسط هولند (Holand)، شالوده نظری آن برای حل مسائل بهینه سازی پی ریزی شد. پایداری الگوریتم ژنتیکی، خصوصیت مهم آن است، آنچنان که بین کارایی و مشخصات لازم برای بقا، تعادل انعطاف پذیری وجود دارد؛ که هر چه تابع هدف سیستم، از نظر بهینگی وضع مطلوبتری داشته باشد، تغییرات اعمال شده بر آن کمتر خواهد شد و بقای آن طولانی تر است. روش جستجو در الگوریتم ژنتیکی، اصطلاحاً موازی نامیده می شود؛ چون بر خلاف اغلب الگوریتم های عددی که حالت اولیه آنها تنها یک انتخاب منفرد از دامنه طراحی است، جستجو را از مجموعه ای از نقاط طراحی شروع می کند. در الگوریتم ژنتیکی، برای کار با پارامترها می توان ابتدا آنها را بصورت کدهای رمز گذاری کرد. برای این منظور می توان از روش های مختلفی نظیر تبدیل اعداد به مبنای دو استفاده کرد. به دنباله ای از نشانه ها که حاصل رمز گذاری یک پارامتر طراحی می باشد یک کروموزوم (Chromosome) می گویند که عملکردی همانند ژنها در طبیعت دارند. به مجموعه ای از

کروموزوم ها (که در حقیقت مجموعه ای از پارامترهای طراحی می باشند) یک جمعیت (Population) گفته می شود. همانگونه که در نظام طبیعت، عملاً گونه های امکان بقا دارند که واجد شرایط ویژه ای باشند، شرط بقا در الگوریتم ژنتیکی، بهتر کردن موقعیت تابع هدف است. در الگوریتم ژنتیکی، این مهم، با معیاری بنام لیاقت (Fitness) اندازه گیری می شود. امکان بقای هر عضو با لیاقت آن رابطه مستقیم دارد. سپس در مرحله ای بنام تکثیر (Reproduction)، جمعیت بعدی، با تأثیر دادن عملگرهای ژنتیکی تقاطع (Crossover) و جهش (Mutation)، روی افراد جمعیت فعلی، تولید می شود. عملکرد این عملگرها به گونه ایست که همانند انتخاب برتر طبیعی، امکان بیشتری به افراد برتر برای بقا می دهد و افرادی که دارای لیاقت بیشتری باشند، با احتمال بیشتری در جمعیت بعدی شرکت می کنند. برای اجرای عملگر تقاطع، روش های گوناگونی پیشنهاد شده است که یکی از آنها تقاطع تک نقطه ای می باشد. بدین گونه که ابتدا در دو رشته که حاصل رمز گذاری دو پارامتر طراحی می باشند و اصطلاحاً رشته های والد نامیده می شوند یک مکان دلخواه، در نظر گرفته می شود و سپس قسمت های سمت راست رشته ها با هم عوض می شوند. چنین روشی در زیر به صورت نمادین نشان داده شده است.

1000111010 → 1000101100

1001 101100 → 1001111010

چگونگی عملکرد عملگر تقاطع تک نقطه ای

عملگر تقاطع روی درصد مشخصی از اعضای جمعیت فعلی، عمل می کند. عملگر جهش نیز تغییراتی را در بعضی از کروموزوم ها، با یک احتمال از پیش مشخص، به وجود می آورد. نمودار گردشی یک الگوریتم ژنتیکی در شکل ۱، نشان داده شده است [19].

## ۲-۲. برنامه تکاملی

ایده ساده و مهم بکار رفته در همه الگوریتم های تکاملی که بنام راهبردهای تکاملی شناخته شده اند این است که اگر تابعی در موقعیت مینیمم (ماکزیمم) قرار داشته باشد هر گونه اغتشاش جزئی در پارامترهای طراحی، باعث بیشتر (کمتر) شدن مقدار تابع می شود. یک شکل از برنامه تکاملی می تواند بدین ترتیب باشد که ابتدا یک انتخاب دلخواه از پارامترهای طراحی در نظر گرفته شود، سپس تغییرات جزئی در مقادیر آنها اعمال گردد و مقدار تابع هدف برای موقعیت جدید بدست آورده شود. تغییرات انجام گرفته در صورتی مورد قبول اند که مقادیر جدید پارامترهای طراحی، مقدار تابع هدف را کاهش (افزایش) داده باشند.

## ۲-۳- روش دی اف پی (DFP)

استفاده شده است.

روش دی اف پی یکی از روش های پرکاربرد مرتبه اول می باشد. پایداری خوب این روش باعث شده است که از آن در مسائل بیشماری استفاده شود. در این روش برای انتخاب مسیر حرکت در دامنه طراحی از وارون ماتریس هسیان استفاده می شود و در هر مرحله از معین مثبت بودن آن اطمینان حاصل می شود [17].

## ۳- تعریف مسئله

مسئله مورد مطالعه در این مقاله، عبارتست از بدست آوردن ارتفاع یک تیر در نقاط مختلف آن، برای اینکه وقتی از موقعیت تغییر شکل یافته رها می شود، بیشترین سرعت سر را داشته باشد. تیر مورد بحث دارای دو تکیه گاه ساده، یکی در انتها و دیگری در میانه تیر می باشد (شکل ۲). طول، عرض و جرم تیر ثابت در نظر گرفته شده اند و حداکثر تنش در المان های تیر نباید از یک مقدار مشخص بیشتر شود. حرکت این نوع تیر می تواند شبیه سازی شده ساده ای از حرکت یک تخته شیرجه که ارتفاع آن در نقاط مختلف ثابت نیست در نظر گرفته شود. به منظور شبیه سازی قسمت اولیه حرکت، که سر تخته شیرجه تحت نیروی وزن شیرجه زن و همچنین ضربه پای او تا پایین ترین نقطه رسیده است، یک نیروی ۹۸۱ نیوتنی (معادل یک جرم ساکن ۱۰۰ کیلوگرمی) در سر تیر تعیبه شده است که به سر تیر، یک تغییر مکان اولیه استاتیکی می دهد. حالت دینامیکی حرکت که سر تخته شیرجه همراه با شیرجه زن به طرف بالا می آید، با حذف نیروی ثابت ۹۸۱ نیوتنی و قرار دادن یک جرم ۳۰ کیلوگرمی در سر تخته، شبیه سازی شده است. طول تیر ۳/۵ متر، عرض آن ۰/۵ متر و جرم آن ۲۶۵/۵۳ کیلوگرم (جرم یک تیر یکنواخت آلو مینیمی به طول ۳/۵، عرض ۰/۵ و ارتفاع ۰/۵۶ متر) در نظر گرفته شده است. ضریب ارتجاعی تیر (E) برابر ۶۹ Gpa در نظر گرفته شده و تنش مجاز برای المان های تیر ۱۰۰ MPa می باشد.

برای حل دینامیکی و بدست آوردن سرعت سر تیر و تنش ها، از بسته نرم افزاری ANSYS 5.4 [20] استفاده شده است. طول تیر به ۱۰ المان تقسیم شده است و ارتفاع های این ده المان به عنوان پارامترهای طراحی در نظر گرفته شده اند. ارتفاع های این ده المان، ارتفاع تیر در نقاط مختلف آن را به صورت گسسته تقریب می زنند. المان انتخابی برای تیر، المان تیر دو بعدی بوده است که در کتابخانه المان های نرم افزار ANSYS بنام STIF21 شناخته می شود. تحلیل دینامیکی ارتعاشات این تیر در حالت گذرا انجام گرفته است و برای این منظور، از ده فرکانس طبیعی اول تیر برای تحلیل عددی

## ۴- حل عددی مسئله

یک انتخاب  $(h_1, h_2, \dots, h_{10})$  که نمایشگر ارتفاع در ۱۰ نقطه مختلف تیر می باشد، به عنوان عضوی از دامنه طراحی در نظر گرفته می شود که متشکل از پارامترهای طراحی است. در روش حل عددی به وسیله برنامه تکاملی، یک اغتشاش کوچک در پارامترهای طراحی بر اساس رابطه زیر در نظر گرفته می شود:

$$\bar{h}_i = h_i + RC / (I + 10) \quad (i = 1, 2, \dots, 10) \quad (1)$$

که  $\bar{h}_i$  ها ارتفاع های یک عضو جدید دامنه طراحی می باشند. در رابطه (۱)،  $R$ ، عددی حقیقی بین صفر و یک و  $C$ ، عددی ثابت و  $I$ ، شماره تکرار برنامه می باشد. ملاحظه می شود که هر چند تعداد تکرارها بیشتر می شود، ضریب پارامتر  $R$  در رابطه بالا کوچکتر شده و در نتیجه، اغتشاش ایجاد شده در پارامترهای طراحی کوچکتر می شود. در ادامه، تاثیر  $C$  در بدست آمدن جواب بهینه بررسی شده است. برای این عضو جدید، مقدار تابع هدف که عبارت از سرعت سر تیر می باشد، توسط فراخوانی نرم افزار ANSYS بدست می آید. این اغتشاش در مقادیر پارامترهای طراحی در صورتی مورد قبول است که سرعت سر تیر را افزایش دهد. بنابراین اگر سرعت سر تیر جدید بیشتر شود، این انتخاب به عنوان انتخاب کنونی برگزیده می شود، در غیر این صورت، انتخاب کنونی تغییر پیدا نمی کند.

در روش الگوریتم ژنتیکی، ابتدا یک جمعیت دلخواه اولیه به تعداد صد عضو در نظر گرفته شده است. عملگر تقاطع استفاده شده در این روش از نوع تک نقطه ای بوده و روی ۹۰٪ از افراد جمعیت اثر می کند. ۱۰٪ از افراد جمعیت فعلی نیز بدون تغییر در جمعیت بعدی شرکت کرده اند که شامل اعضای که بیشترین مقدار تابع هدف در آنها اتفاق افتاده است، می باشند. عملگر جهش بصورت اتفاقی و روی ۳٪ از افراد جمعیت اثر کرده است. تعداد نسل های تولید شده در این روش ۱۰۰ بوده و چون هر جمعیت دارای ۱۰۰ عضو می باشد، در نتیجه ۱۰۰۰۰ بار فراخوانی نرم افزار ANSYS برای پیدا کردن مقدار تابع هدف، انجام شده است. چون مسئله مورد مطالعه دارای قید تنش می باشد، به منظور تبدیل آن به یک مسئله غیر مقید، از ضریب تابع جریمه خارجی زیر استفاده شده است:

$$\begin{aligned} & \text{اگر } \sigma_{\max} - \sigma_a \leq 0 & 1 \\ & \text{اگر } \sigma_{\max} - \sigma_a > 0 & r(\sigma_a / \sigma_{\max})^n \end{aligned} \quad (2)$$

که در این رابطه،  $\sigma_a$  و  $\sigma_{\max}$  به ترتیب، تنش مجاز و تنش حداکثر در المان‌های تیر و  $r$  و  $n$ ، ضریب و توان تابع جریمه می‌باشند. برای الگوریتم ژنتیکی  $n=1$  و  $r=0.95$  در نظر گرفته شده است. از رابطه (۲) برای تابع جریمه در روش DFP نیز استفاده شده است که برای آن  $n=2$  و  $r=1$  در نظر گرفته شده است. مقادیر  $r$  و  $n$  در این پژوهش به طور تجربی انتخاب شده‌اند.

## ۵- نتایج عددی

### ۵-۱- بدست آوردن شکل بهینه تیر با روش‌های مختلف

شکل‌های ۳، ۴، ۵ و ۵، به ترتیب، تیرهای بهینه بدست آمده از روش‌های الگوریتم ژنتیکی، برنامه تکاملی و روش DFP را نشان می‌دهند. برای وضوح بیشتر، شکل‌ها در امتداد عمودی بزرگنمایی شده‌اند. همچنین جدول‌های ۱، ۲ و ۳ به ترتیب، بیانگر ارتفاع المان‌ها در نقاط مختلف این تیرها و همچنین بیشترین تنش در المان‌های آنها می‌باشد. همانگونه که ملاحظه می‌شود، بیشترین سرعت سر برای تیر، توسط الگوریتم ژنتیکی بدست آمده (۱/۴۳ متر بر ثانیه) و نمایانگر ۴۲۸٪ بهبود در سرعت سر تیر، در مقایسه با سرعت سر یک تیر یکنواخت (۲۷٪ / متر بر ثانیه) می‌باشد. از طرفی، کمترین مقدار بهینه برای سرعت سر تیر، توسط روش DFP بدست آمده است (۱/۰۴ متر بر ثانیه) که ۲۸۵٪ بهبود در سرعت سر را در مقایسه با تیر یکنواخت نشان می‌دهد. شکل ۶ نیز بیانگر چگونگی همگرایی دو روش مرتبه صفر برنامه تکاملی و الگوریتم ژنتیکی می‌باشد (برنامه تکاملی ۲۰۰۰ تکرار و الگوریتم ژنتیکی ۱۰۰۰۰ تکرار). تعداد تکرارها در این دو روش در مقایسه با تعداد تکرارها در روش DFP که برابر ۱۳۹ می‌باشد، نشانگر سرعت همگرایی بیشتر الگوریتم‌های مرتبه اول در مقایسه با الگوریتم‌های مرتبه صفر است. روش DFP به یکی از ماکزیمم‌های محلی تابع، همگرا شده است که مقدار آن در مقایسه با ماکزیمم‌های محلی دیگر کمتر است. تفاوت سه جواب به دست آمده می‌تواند بیانگر وجود ماکزیمم‌های نسبی متعدد برای تابع هدف مربوط به این مسئله باشد.

### ۵-۲- بررسی اثر تعداد المان‌ها

همانگونه که گفته شد، جواب‌های بدست آمده برای سرعت سر تیر در سه الگوریتم پیش گفته شده، با فرض تقسیم طول تیر به ۱۰ المان انجام شده است. جداول ۴ و ۵، جواب‌های

بهینه برای ارتفاع المان‌های تیر را با تقسیم آن به ۱۵ و ۲۰ المان، نشان می‌دهند. همانگونه که ملاحظه می‌شود، سرعت سر بدست آمده برای تیر با ۱۵ المان برابر ۹۷۵٪ / متر بر ثانیه و برای ۲۰ المان برابر ۶۳٪ / متر بر ثانیه می‌باشد. هر دو سرعت با استفاده از برنامه تکاملی بدست آمده‌اند. در هر دو حالت، جواب بدست آمده برای سرعت سر، کمتر از حالتی است که تیر به ۱۰ المان تقسیم شده است. بر طبق این یافته‌ها می‌توان نتیجه گرفت که هر چه تعداد المان‌های تیر بیشتر شود، دامنه طراحی، پر جمعیت تر خواهد شد و یک برنامه تکاملی، در برخورد با یک دامنه طراحی پرجمعیت، ضعیفتر عمل می‌کند؛ هر چند محاسبه سرعت، در روش المان محدود، دقیق تر بدست آمده باشد.

### ۵-۳- اثر ثابت C در همگرایی برنامه تکاملی

شکل‌های ۷، ۸ و ۹، نشان دهنده اثر ثابت C، در رابطه (۱)، روی همگرایی برنامه تکاملی می‌باشد. انتخاب اولیه این سه اجرا، یک تیر بهینه بدست آمده از روش برنامه تکاملی در نظر گرفته شده است. ملاحظه می‌شود که در یک تعداد چرخه یکسان، هر چه ثابت C در رابطه (۱)، بزرگتر باشد، اغتشاش در پارامترهای طراحی بیشتر می‌شود و سرعت همگرایی الگوریتم کمتر است.

### ۵-۴- بررسی تنش‌ها، سرعت‌های سر تیر و تعداد تکرارهای برنامه

در هر یک از سه روش بهینه سازی بکار گرفته شده در این مطالعه، اگر عضوی از دامنه طراحی، قید بیشتر نشدن تنش المان‌های تیر از مقدار مجاز را رعایت نکند، از اعتبار ساقط خواهد شد. شکل ۱۰، نمایش دهنده پراکندگی این اعضای نامطلوب در طول تکرارهای یک برنامه تکاملی می‌باشد. همانگونه که ملاحظه می‌شود، اعضای نامطلوب تقریباً به طور یکنواخت در طول تکرارهای برنامه تکاملی ظاهر گشته‌اند. شکل ۱۱، نمایش دهنده سرعت سر تیر در برابر بیشترین تنش ایجاد شده در المان‌های تیر می‌باشد. این شکل بیانگر یک روند صعودی تنش در المان‌های تیر، در مقابل افزایش سرعت سر تیر می‌باشد و نشان دهنده این واقعیت است که در برنامه تکاملی، به موازات سیر برنامه به طرف جواب بهینه، اعضای پیشنهادی از دامنه طراحی برای احراز بهیگی، به سمت هر چه بیشتر نقض کردن قید مسئله (بیشتر نشدن تنش المانهای تیر از مقدار مجاز) پیش رفته‌اند. این شکل نمایش دهنده یک برنامه تکاملی است که به جواب بهینه ۸۳٪ / متر بر ثانیه برای سرعت سر تیر همگرا شده است.

شکل های بدست آمده برای تیر بهینه از روش های مختلف، با هم تفاوت دارند که می تواند بیانگر وجود ماکزیمم های محلی متعدد برای این مسئله باشد و به نظر می رسد که الگوریتم های مرتبه اول مانند روش DFP، برای مسائلی که دارای ماکزیمم های محلی متعددند، در مقایسه با الگوریتم های مرتبه صفر، چندان مناسب نیستند.

جدول (۱) ارتفاع المان ها و تنش حداکثر المان های تیر بهینه بدست آمده از الگوریتم ژنتیکی.

شماره المان	ارتفاع المان (m)	تنش حداکثر (Mpa)
۱	۰/۰۱۱۳۰۱	۰/۲۰۷
۲	۰/۰۱۳۱۴۲	۲۲/۵۱۹
۳	۰/۰۱۳۰۷۱	۰/۷۷۱
۴	۰/۰۱۲۲۷۹	۱/۳۱۸
۵	۰/۰۱۶۲۰۹	۸۱/۴۸۴
۶	۰/۰۱۷۴۵۱	۹۹/۱۲۳
۷	۰/۰۹۵۳۸۴	۴/۳۲۰
۸	۰/۰۲۲۸۵۸	۹۴/۷۳۳
۹	۰/۰۷۶۰۸۹	۱۰/۵۰۴
۱۰	۰/۰۱۲۲۱۶	۶/۹۹۶
سرعت سر = ۱/۴۳ متر بر ثانیه بهبود نسبت به تیر یکنواخت = ۴۲۸٪		

جدول (۳) ارتفاع المان ها و تنش حداکثر المان های تیر بهینه بدست آمده از روش DFP.

شماره المان	ارتفاع المان (m)	تنش حداکثر (Mpa)
۱	۰/۰۱۷۹۳۲	۰/۱۲۳
۲	۰/۰۱۹۱۰۱	۱۰/۵۵
۳	۰/۰۸۵۵۹۲	۱/۱۳۸
۴	۰/۰۹۵۵۴۷	۱/۵۴۱
۵	۰/۰۲۶۰۷۴	۳۱/۸۹
۶	۰/۰۱۷۷۴۸	۹۶/۶۹
۷	۰/۰۸۱۶۰۶	۵/۹۵۲
۸	۰/۰۲۴۸۸۴	۸۰/۳۴
۹	۰/۰۷۰۹۳۳	۶/۳۴۰
۱۰	۰/۰۱۲۰۵۸۳	۱/۰۳۱
سرعت سر = ۱/۰۴ متر بر ثانیه بهبود نسبت به تیر یکنواخت = ۲۸۵٪		

## ۵-۵- مقایسه فرکانس های طبیعی تیر بهینه و یکنواخت

در جدول ۶ اولین ۵ فرکانس طبیعی تیر بهینه بدست آمده از روش الگوریتم ژنتیکی، که دارای بیشترین سرعت سر می باشد، با تیر یکنواخت مقایسه شده است. همانگونه که ملاحظه می شود، فرکانس های طبیعی تیر بهینه، در مقایسه با تیر یکنواخت تفاوت چشمگیری دارند. مثلاً فرکانس طبیعی اول تیر بهینه تقریباً یک سوم تیر یکنواخت است. در شکل ۱۲، پنج شکل مدی اول تیر بهینه و یکنواخت نشان داده شده است.

## ۶- نتیجه گیری

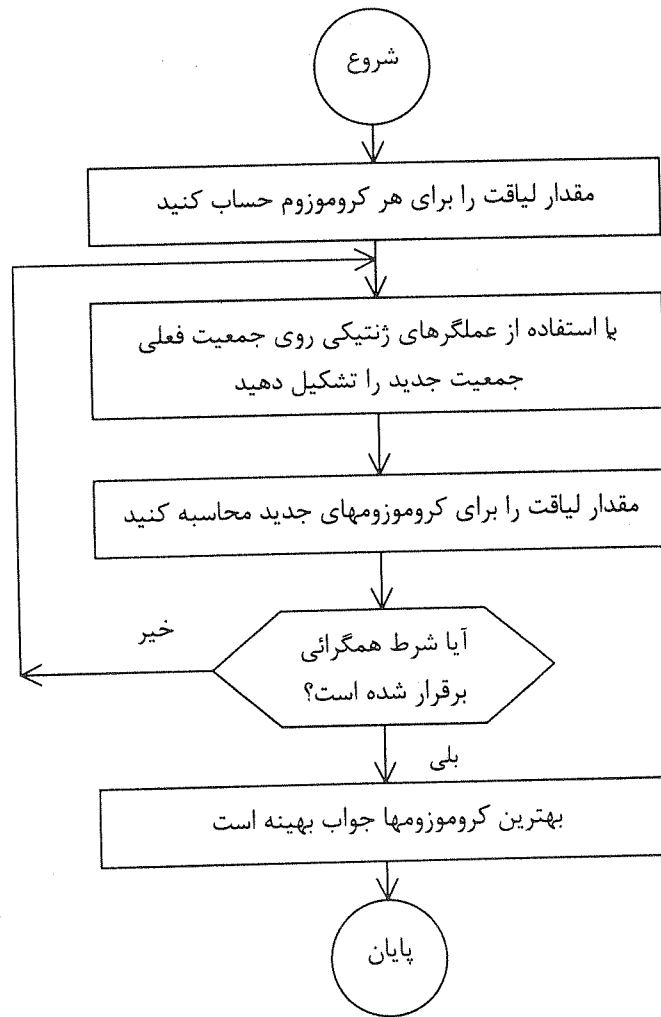
بر اساس یافته های عددی فوق، برای این مسئله می توان

نتایج زیر را بیان کرد:

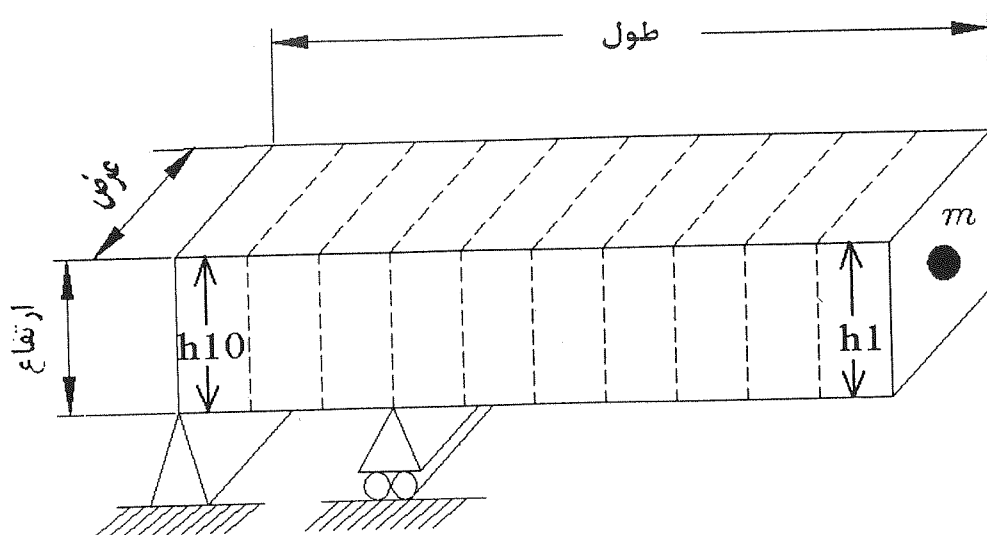
بیشترین سرعت سر بدست آورده شده، بوسیله الگوریتم ژنتیکی است که ۴۲۸٪ بهبود را در مقایسه با تیر یکنواخت نشان می دهد. سرعت همگرایی در رسیدن به نقطه بهینه در روش DFP بیشتر بوده و از این نظر، برنامه تکاملی و الگوریتم ژنتیکی در رتبه های بعدی قرار دارند. در یک برنامه تکاملی، هر چه سرعت سر تیر بیشتر شود، حداکثر تنش در المان های آن نیز بیشتر می شود. بیشتر شدن تعداد متغیرهای طراحی تا حدی باعث دقت بیشتر در تحلیل اجزای محدود می شود ولی فرایند بهینه سازی را در برنامه تکاملی، کندتر می سازد و به جواب بهین محلی بهتری ختم نمی شود.

جدول (۲) ارتفاع المان ها و تنش حداکثر المان های تیر بهینه بدست آمده از روش برنامه تکاملی.

شماره المان	ارتفاع المان (m)	تنش حداکثر (Mpa)
۱	۰/۰۱۹۷۴۸	۰/۱۰۴
۲	۰/۰۲۹۹۰۵	۳/۹۴۷
۳	۰/۰۴۳۱۲۴	۴/۲۹۵
۴	۰/۰۷۰۷۱۱	۲/۶۹۷
۵	۰/۰۷۶۷۱۱	۰/۴۵۹
۶	۰/۰۱۸۰۱۷	۸۸/۵۱۸
۷	۰/۰۱۹۷۴۹	۹۷/۴۳۱
۸	۰/۱۱۵۳۸	۰/۵۷۶
۹	۰/۰۸۵۶۰۶	۷/۹۸۲
۱۰	۰/۰۸۱۰۵۰	۰/۸۵۷
سرعت سر = ۱/۱۲ متر بر ثانیه بهبود نسبت به تیر یکنواخت = ۳۱۴٪		



شکل (۱) نمودار گردش مفهومی الگوریتم ژنتیکی.



شکل (۲) شکل تیر قبل از بهینه شدن.

جدول (۵) ارتفاع المان های يك تير بهينه بدست آمده از برنامه تکاملی با استفاده از ۲۰ المان برای تیر.

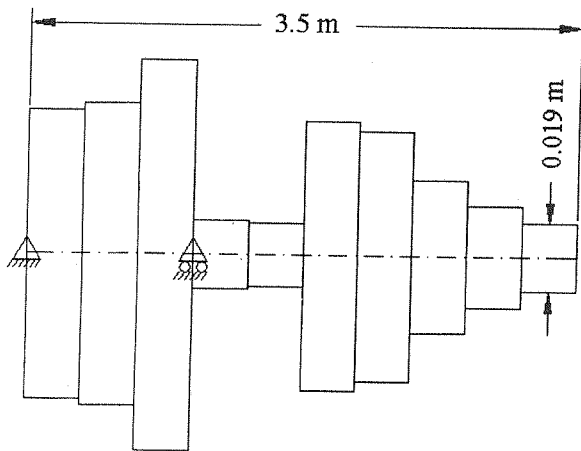
شماره المان	ارتفاع المان (m)	شماره المان	ارتفاع المان (m)
۱	۰/۰۴۰۱	۱۱	۰/۱
۲	۰/۰۳۲	۱۲	۰/۰۲
۳	۰/۰۴۵	۱۳	۰/۰۴۲
۴	۰/۰۵۵	۱۴	۰/۰۲۴
۵	۰/۰۲۷	۱۵	۰/۰۲۵
۶	۰/۰۸	۱۶	۰/۰۷۹
۷	۰/۱	۱۷	۰/۰۸۵
۸	۰/۰۵۵	۱۸	۰/۰۷۶
۹	۰/۰۱۶	۱۹	۰/۰۵۳
۱۰	۰/۰۷	۲۰	۰/۰۷۹

سرعت سر = ۰/۶۳ متر بر ثانیه

جدول (۴) ارتفاع المان های يك تير بهينه بدست آمده از برنامه تکاملی با استفاده از ۱۵ المان برای تیر.

شماره المان	ارتفاع المان (m)	شماره المان	ارتفاع المان (m)
۱	۰/۰۶۳	۹	۰/۰۳۳
۲	۰/۰۶۸	۱۰	۰/۰۷۸
۳	۰/۰۱۷	۱۱	۰/۱۰۸
۴	۰/۰۶۳	۱۲	۰/۰۱۹
۵	۰/۰۳۹	۱۳	۰/۰۹۳
۶	۰/۰۲	۱۴	۰/۰۸۲
۷	۰/۰۱۷	۱۵	۰/۱۱۶
۸	۰/۰۱۸		

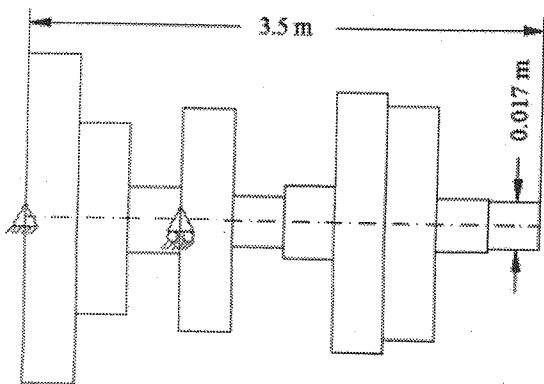
سرعت سر = ۰/۹۷۵ متر بر ثانیه



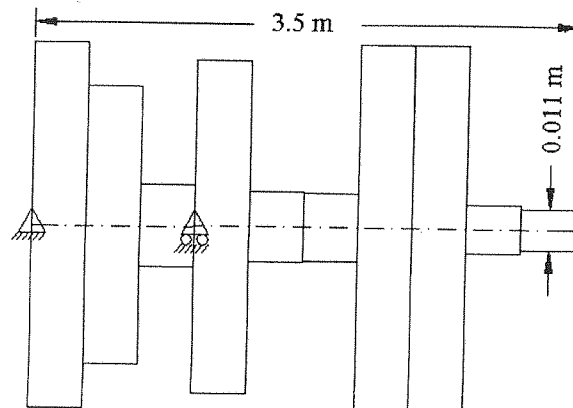
شکل (۴) تیر بهينه بدست آمده با استفاده از برنامه تکاملی.

جدول (۶) مقایسه فرکانس های طبیعی تیر بهينه بدست آمده از الگوریتم ژنتیکی و تیر یکنواخت.

شماره مد	فرکانس تیر یکنواخت (Hz)	فرکانس تیر بهينه (Hz)
۱	۶/۰۵۲۲	۲/۱۰۰۵
۲	۴۰/۲۹۶	۱۵/۷۹۶
۳	۱۱۰/۲۳۴	۳۲/۰۴۵
۴	۱۵۵/۸۴۴	۶۰/۳۴۲
۵	۲۴۸/۶۰۸	۱۱۴/۴۶۹

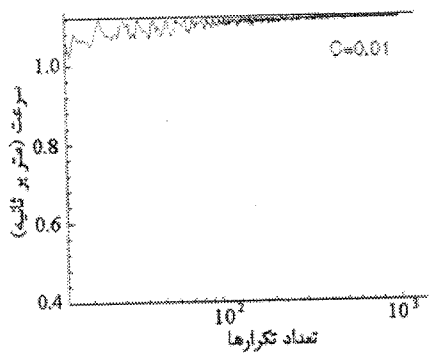


شکل (۵) تیر بهينه بدست آمده با استفاده از روش DFP.

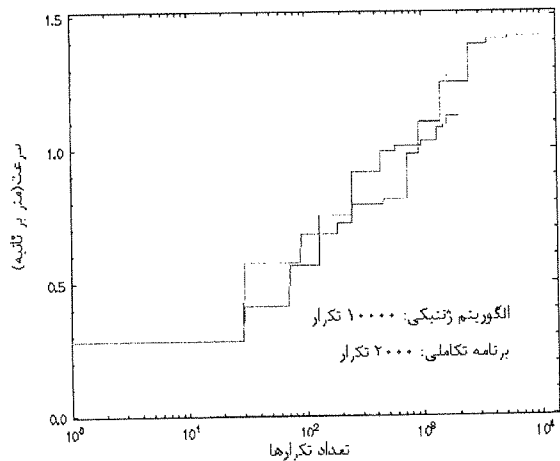


شکل (۳) تیر بهينه بدست آمده با استفاده از الگوریتم ژنتیکی.

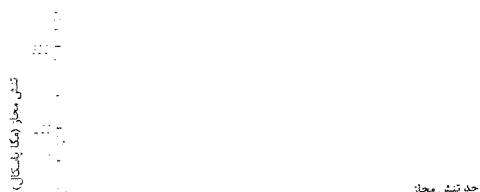




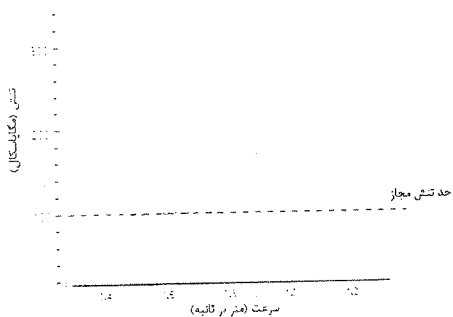
شکل (۹) همگرایی برنامه تکاملی برای  $C=0.01$ .



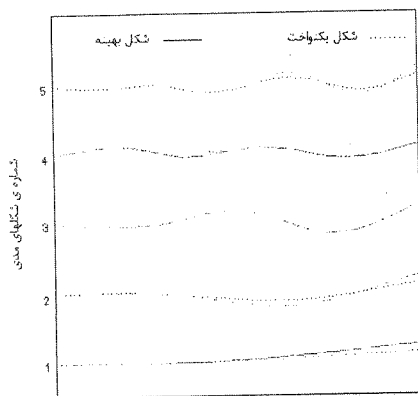
شکل (۶) چگونگی همگرایی الگوریتم و برنامه تکاملی.



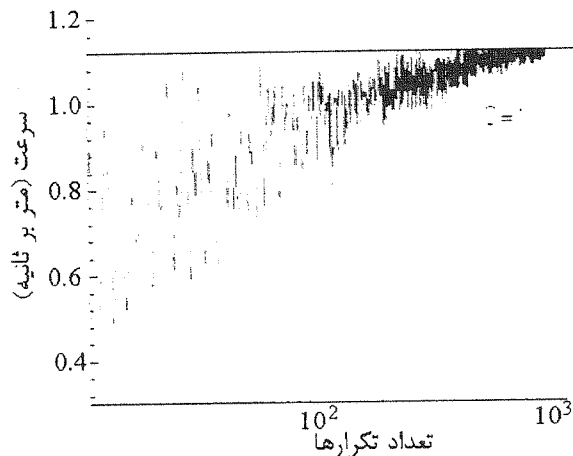
شکل (۱۰) ماکزیمم تنش المان های تیر بر حسب تعداد تکرارها در ۲۰۰۰ تکرار برنامه تکاملی.



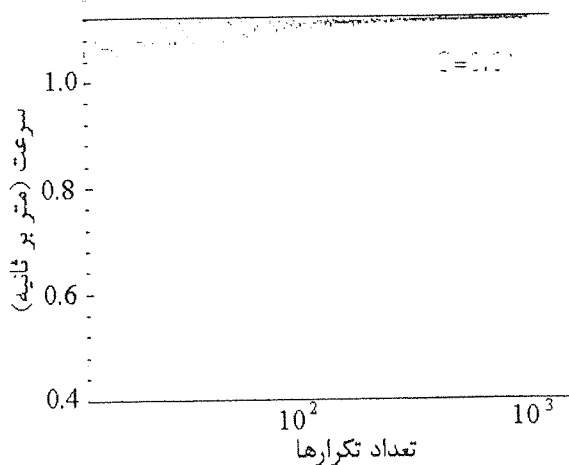
شکل (۱۱) ماکزیمم تنش المان های تیر بر حسب سرعت سر تیر در ۲۰۰۰ تکرار يك برنامه تکاملی.



شکل (۱۲) مقایسه ۵ شکل مودی اول تیر یکنواخت و بهینه بدست آمده از الگوریتم ژنتیکی.



شکل (۷) همگرایی برنامه تکاملی برای  $C=1$ .



شکل (۸) همگرایی برنامه تکاملی برای  $C=0.1$ .

- [1] R.H. Gallager and O.C. Zienkiewicz, *New Direction in Optimum Structural Design*, John Wiley & Sons, Ltd., New York, 1984.
- [2] M.H. Abolbashari and L.G. Watson, Optimization of a cantilever beam for maximum response velocity upon release from a deflected state, *Proceedings of the 1994 Engineering Mechanics Symposium of the Canadian Society for Civil Engineering*, Vol. IV, Mechanics, 43-48, June 1-4, Winnipeg, Canada, 1994.
- [3] M.H. Abolbashari and L.G. Watson, Comparison of the genetic algorithm with variable metric methods in optimization a cantilever beam for maximum tip velocity, *Proceeding of the 15<sup>th</sup> Canadian Congress of Applied Mechanics, CANCAM 95*, May 28 to June 2, University of Victoria, Victoria, Canada, Vol. 2, 868-869,, Fleming Express Press Ltd., Victoria, British Columbia, 1995.
- [4] M.H. Abolbashari, Comparison of an evolutionary program with variable metric methods in optimization of a cantilever beam for maximum tip velocity, *Proceedings of the Sixth Annual Mechanical Engineering Conference and Third Interational Mechanical Engineering Conference of the Iranian Society of Mechanical Engineers: ISME98*, May 18-20, 1998, Vol. IV, 399-402, Iran University of Science & Technology, Tehran-Iran, 1998.
- [5] M.H. Abolbashari, *A Numerical Approach for Optimization of Velocity Response of Structures*, Ph.D. dissertation, University of Saskatchewan, 1995.
- [6] حمیدرضا غفاریان جم، کاربرد روش های مرتبه صفر و یک در بهینه سازی پاسخ سرعتی یک تیر، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد، ۱۳۷۹.
- [7] جواد ذوالفقاری فریدونکنار، بهینه سازی عددی پاسخ دینامیکی تیر یکسر گیردار با استفاده از الگوریتم ژنتیک، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مکانیک دانشگاه صنعتی اصفهان، ۱۳۷۹.
- [8] M.H. Abolbashari and H.R. Ghaffarian, Maximization of the tip velocity of a diving board using the evolutionary program and a variable metric method, *Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management*, Edited by Yousong Sun and Chengjie Mao, 454-457, November 28-30, 2000, Guangzhou, China, Publishing House "STANKIN", 3A, Vadkosky Per., Moscow 101472, Russian Federation, 2000.
- [9] Y.M. Xie and G.P. Steven, *Evolutionary Structural Optimization*, Springer Verlag, London, U.K., 1997.
- [10] C.B. Zhao, G.P. Steven and Y.M. Xie, Evolutionary optimization of maximizing the difference between two natural frequencies of vibrating structures, *Structural Optimization*, 6:69-78, 1993.
- [11] W. Szyszkowski and J.M. King, Optimizatipon of frequencies spectrum in vibrations of flexible structures, In *Forth AIAA/USAF/NASA/OAI Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*, number AIAA-92-4775-CP, 695-700, Cleveland, OH, September 21-23, 1992.
- [12] R.V. Grandhi and V.B. Venkayya, Structural optimization with frequency constraints, *AIAA Journal*, 26(7): 858-866, 1988.
- [13] N. Olhoff, Optimization of transversely vibrating beams and rotating shafts, In Edward J. Haug and Jean Cea, editors, *Optimization of distributed parameter structures*, 177-199, Iowa, USA., 1981. Alphen aan den Rijn, The Netherlands: Sijthoff & Nordhoff. *Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Optimization of Distributed Parameter Structural Systems*, May 20-June 4, 1980.
- [14] F.I. Niordson, On the optimal design of a vibrating beam, *Quarterly Journal of Applied Mechanics*, 23(1), 1965.
- [15] M.J. Turner, Design of Minimum mass structures with specified natural frequencies, *AIAA Journal*, 5(3):406-412, 1967.
- [16] J.K. Paeng and J.S. Arora, Dynamic response optimization of mechanical systems with multiplier methods, *Journal of Mechanics, Transmission, and automation in design*, 111:73-80, 1989.
- [17] G.V. Reklaitis, A. Ravindran and K.M. Ragsdell, *Engineering Optimization Methods and Applications*, John Wiley & Sons, Ltd., Canada, 1983.
- [18] D.E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1989.
- [19] Z. Michalewicz, *Genetic Algorithms+Data Structures= Evolution Programs*, Springer Verlag, Berlin, 1992.
- [20] ANSYS5.4: *Engineering Analysis System User's Manual*, Volume I and II, Swanson Analysis System, Inc., Houston, PA 15342-1300, 1997.