

تخمین سرعت خودرو و نیروی اصطکاک بین تایر و سطح جاده

بهزاد صمدی
کارشناس ارشد

سید کمال الدین نیکروش
استاد

دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

چکیده

در این مقاله روش جدیدی برای تخمین سرعت خودرو و نیروی اصطکاک میان تایر و سطح جاده با استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته، ارائه شده است. در این روش معادلات حرکت خودرو با یک دینامیک تصادفی که برای نیروهای اصطکاک تایر در نظر گرفته شده است، ترکیب می شود. بردار حالت این سیستم شامل سرعت طولی، سرعت جانبی، سرعت زاویه چرخش خودرو، سرعت چرخش تایرها و نیروهای اصطکاک است. برای تخمین حالت این سیستم از یک الگوریتم مبتنی بر جذر ماتریس کوواریانس استفاده شده است. پایداری عددی و کاهش حجم محاسبات نسبت به روشهای مشابه از مهمترین ویژگی های این روش است. کارایی روش پیشنهادی با شبیه سازی نشان داده شده است.

Vehicle Velocity and Tire-Road Friction Force Estimation

B. Samadi
M.S.

K. Y. Nikravesh
Professor

Department of Electrical Engineering ,
Amirkabir University of Technology

Abstract

This paper presents a new method to estimate vehicle velocity and tire-road friction forces using an extended Kalman filter (EKF). A stochastic dynamic model is considered for tire-road friction forces and the vehicle motion equations are augmented to include friction force models. The state vector of this system consists of the vehicle longitudinal and lateral velocities, yaw rate, wheel angular velocities and friction forces. A square root algorithm is used for EKF implementation. The main features of this method are numerical stability and computational efficiency. The effectiveness of the proposed method is demonstrated by simulation.

در سال‌های اخیر پژوهش‌های زیادی با هدف افزایش ایمنی، کاهش آلودگی و مصرف سوخت، افزایش راحتی مسافران و بهبود رفتار دینامیکی خودروها انجام شده است که نتیجه آن کاربرد وسیع سیستم‌های کنترلی در خودروهای امروزی است. سیستم ترمز ضدقفل^۱ (ABS) یکی از اولین سیستم‌های کنترلی است که در خودرو به کار گرفته شده است. وظیفه این سیستم حفظ پایداری جانبی، افزایش فرمان‌پذیری و کاهش فاصله لازم برای ایستادن خودرو هنگام ترمزهای شدید است. برای کاهش فاصله ایستادن خودرو باید نیروی اصطکاک میان تایرها و سطح جاده حداکثر شود. این نیرو تابعی از مقدار لغزش تایر، نیروی عمودی وارد بر تایر، شرایط جاده، جنس تایر و عوامل دیگر است. لغزش تایر به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$s = \begin{cases} 1 - \frac{R\omega}{V} & \text{اگر } V > R\omega > 0 \\ -1 + \frac{V}{R\omega} & \text{اگر } R\omega > V > 0 \end{cases} \quad (1)$$

در اینجا ω سرعت زاویه‌ای چرخش تایر، R شعاع آن و V سرعت حرکت خطی تایر در راستای طولی آن است. با این تعریف لغزش تایر هنگام ترمز گرفتن، مثبت و هنگام شتاب‌گیری منفی است. در حالت کلی رابطه ضریب اصطکاک و لغزش تایر به صورت شکل (۱) است [۷]. این منحنی بسته به شرایط جاده و تایر تغییر می‌کند. اما همیشه یک حداکثر (حداقل) برای لغزش‌های مثبت (منفی) دارد. کنترل‌کننده سیستم ترمز ضد قفل باید لغزش را به گونه‌ای تنظیم کند که حداکثر ضریب اصطکاک بدست آید. برای محاسبه لغزش تایرها باید سرعت خودرو اندازه‌گیری شود^۲. امروزه سنسورهای نوری و میکروموج برای اندازه‌گیری مستقیم سرعت وجود دارند، اما هنوز برای استفاده در خودروگران هستند [۸]. مشکل دیگر استفاده از سنسورهای نوری، لزوم تمیز نگاه داشتن آنها است. بنابراین تخمین سرعت خودرو با استفاده از سنسور ارزان قیمتی مانند شتاب‌سنج راه مناسبتری است.

نیروی اصطکاک تایر مهمترین نیرویی است که به خودرو وارد می‌شود و به طور مستقیم بر فرمان‌پذیری، پایداری جانبی، شتاب حرکت و به طور کلی رفتار دینامیکی خودرو تأثیر می‌گذارد. به دلیل این نقش مهم و

نیز به دلیل تغییرات زیاد این نیرو، دانستن اندازه نیروی اصطکاک تایر می‌تواند تأثیر زیادی در بهبود رفتار کنترل‌کننده ABS داشته باشد. چون هنوز سنسور مناسبی برای اندازه‌گیری مستقیم نیروی اصطکاک تایر در یک خودروی در حال حرکت وجود ندارد، باید اندازه این نیرو را با اندازه‌گیری متغیرهای مناسب تخمین زد. با داشتن تخمین نیروی اصطکاک می‌توان الگوریتم‌هایی برای کنترل سیستم ترمز ضد قفل طراحی کرد که در آنها از این تخمین برای محاسبه گشتاور ترمز لازم برای تنظیم لغزش چرخ استفاده شود. از طرفی با استفاده از تخمین نیروی اصطکاک می‌توان اطلاعاتی درباره میزان لغزندگی سطح تماس تایر با جاده و در نتیجه مقدار بهینه لغزش بدست آورد.

تخمین نیروهای اصطکاک تایر در سالهای اخیر توجه زیادی را به خود جلب کرده است. یک روش برای تخمین اصطکاک بین تایر و سطح جاده در شرایط عادی رانندگی در [۲] و [۳] ارائه شده است. با استفاده از این روش می‌توان راننده را از شرایط سطح جاده مطلع کرد و اطلاعات مورد نیاز سیستم‌های اجتناب از تصادف و کنترل هوشمند خودرو در بزرگراه را فراهم کرد. اما از این روش نمی‌توان در سیستم ترمز ضد قفل استفاده کرد. چون سیستم ترمز ضد قفل هنگام ترمزهای شدید (نه در شرایط عادی رانندگی) کار می‌کنند. در [۴] و [۵] یک فیلتر کالمن توسعه یافته برای تخمین حالت خودرو و نیروهای اصطکاک تایر ارائه شده است. این روش نیازی به مدل تایر ندارد و حتی هنگام ترمزهای شدید هم می‌توان از آن استفاده کرد.

در این مقاله یک روش جدید برای تخمین سرعت خودرو و نیروهای اصطکاک بین تایرها و سطح جاده ارائه شده است. در این روش، از یک فیلتر کالمن توسعه یافته برای تخمین بردار حالت خودرو و نیروهای اصطکاک تایر استفاده می‌شود. مجموعه اندازه‌گیری‌های مورد نیاز شامل شتاب طولی، شتاب جانبی، سرعت چرخش خودرو^۲ و سرعت چرخش تایرها و ورودی‌های سیستم است. برتری اصلی روش پیشنهادی بر روش ارائه شده در [۴] پایداری عددی و کاهش حجم محاسبات به کمتر از نصف است. در [۱۲] از این روش برای تأمین اطلاعات لازم برای یک کنترل‌کننده غیرخطی سیستم ترمز ضدقفل استفاده شده است. بخش ۲ شامل توصیف و معادلات یک مدل با هفت

چرخش چرخ‌ها در نظر گرفته شده است. بردار حالت خودرو $\chi = [v_x \ v_y \ r \ \omega_{fl} \ \omega_{fr} \ \omega_{rl} \ \omega_{rr}]^T$ شامل سرعت طولی، سرعت جانبی، سرعت زاویه چرخش (yaw rate) و سرعت چرخش هر یک از چرخ‌ها است. همان‌طور که در شکل (۲) نشان داده شده است، مبدأ دستگاه مختصات انتخابی روی مرکز جرم (CG)، محور x در راستای طولی خودرو و محور y در راستای جانبی خودرو قرار دارد. معادلات حرکت خودرو در این دستگاه به صورت زیر است:

$$\dot{v}_x = v_y r - \frac{1}{m} [(F_{xfl} + F_{xfr}) \cos(\delta) + (F_{yfl} + F_{yfr}) \sin(\delta) + F_{xrl} + F_{xrr}]$$

$$\dot{v}_y = -v_x r + \frac{1}{m} [-(F_{xfl} + F_{xfr}) \sin(\delta) + (F_{yfl} + F_{yfr}) \cos(\delta) + F_{yrl} + F_{yrr}]$$

$$\dot{r} = \frac{1}{I_z} [-L_f (F_{xfl} + F_{xfr}) \sin(\delta) + L_f (F_{yfl} + F_{yfr}) \cos(\delta) - L_r (F_{yrl} + F_{yrr})$$

$$+ T_f (F_{xfl} - F_{xfr}) \cos(\delta) + T_f (F_{yfl} - F_{yfr}) \sin(\delta) + T_r (F_{xrl} - F_{xrr})]$$

$$\dot{\omega}_{fl} = \frac{1}{I_{\omega}} (R_{\omega} F_{xfl} - T_{bfl})$$

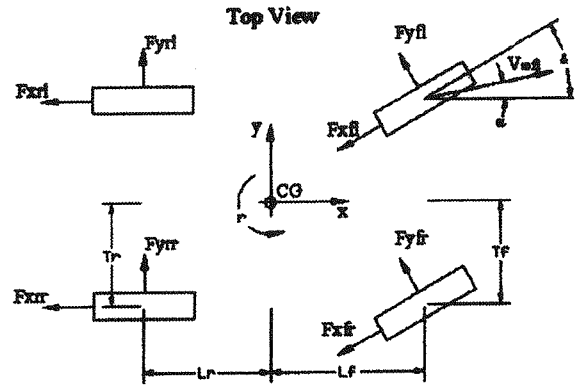
$$\dot{\omega}_{fr} = \frac{1}{I_{\omega}} (R_{\omega} F_{xfr} - T_{bfr})$$

$$\dot{\omega}_{rl} = \frac{1}{I_{\omega}} (R_{\omega} F_{xrl} - T_{brl})$$

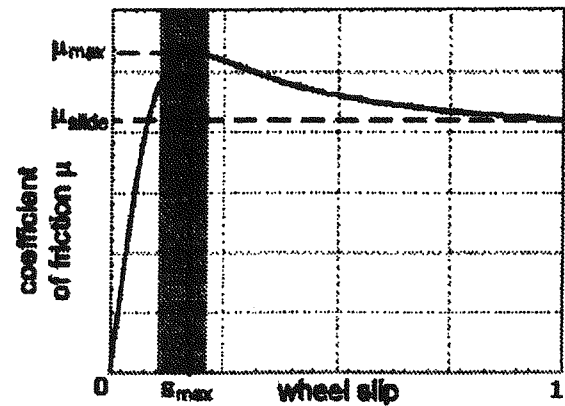
$$\dot{\omega}_{rr} = \frac{1}{I_{\omega}} (R_{\omega} F_{xrr} - T_{brr}) \quad (۲)$$

δ زاویه فرمان برای چرخ‌های جلو است. T_{bfl} تا T_{brr} گشتاور ترمز هر یک از چرخ‌ها است. F_{xfl} تا F_{xrl} و F_{yfl} تا F_{yrr} نیروهای اصطکاک طولی و جانبی هر یک از چهار چرخ است. $\alpha_x = \dot{v}_x - v_y r$ شتاب خودرو در راستای

درجه آزادی برای خودرو است. در بخش ۲ الگوریتم یک فیلتر کالمن توسعه یافته برای تخمین حالت خودرو و نیروهای اصطکاک تایر ارائه شده است. نتایج شبیه‌سازی‌های انجام شده در بخش ۴ آورده شده است.



شکل (۱) نمودار اصطکاک و لغزش.



شکل (۲) مدل خودرو.

۱- معادلات حرکت خودرو

در این مقاله برای خودرو از یک مدل با هفت درجه آزادی^۳ (شکل ۲) استفاده شده است. در این مدل سه درجه آزادی برای بدنه خودرو، چهار درجه آزادی برای

جدول (۱) پارامترهای مدل.

مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر
$m = 1301 \text{ kg}$	جرم خودرو	$L_f = 1.0 \text{ m}$	فاصله مرکز ثقل از محور جلو
$I_x = 1627 \text{ kgm}^2$	ممان اینرسی حول محور z	$L_r = 1.45 \text{ m}$	فاصله مرکز ثقل از محور عقب
$I_w = 4.07 \text{ kgm}^2$	ممان اینرسی چرخ	$T_f = 0.78 \text{ m}$	نصف طول محور جلو
$R_w = 0.33 \text{ m}$	شعاع تایر	$T_r = 0.77 \text{ m}$	نصف طول محور عقب

می شود.

۲-۱- خطی سازی معادلات حرکت خودرو

با بررسی معادلات حرکت خودرو و اندازه گیری ها می توان دید اگر $\delta = 0$ باشد، نیروهای اصطکاک جانبی در معادلات حالت تنها به صورت $F_{yfl} + F_{yfr}$ و $F_{yfl} + F_{yfr}$ ظاهر می شوند. بنابراین تنها می توان مجموع نیروهای جانبی چرخ های یک محور را تخمین زد و محاسبه جداگانه آنها امکان پذیر نیست. برای حل این مشکل می توان نیروی اصطکاک جانبی چرخ های یک محور را با هم برابر گرفت و مجموع آنها را به عنوان نیروی اصطکاک جانبی محور تخمین زد. با فرض:

$$F_{yfl} = F_{yfr}, F_{yf} = F_{yfl} + F_{yfr} \quad (6)$$

$$F_{yrr} = F_{yrl}, F_{yr} = F_{yrr} + F_{yrl}$$

سه رابطه اول معادلات (۲) به صورت زیر نوشته می شوند:

$$\dot{v}_x = v_y r - \frac{1}{m} [(F_{xfl} + F_{xfr}) \cos(\delta) + F_{yf} \sin(\delta) + F_{xrl} + F_{xrr}]$$

$$\dot{v}_y = -v_x r + \frac{1}{m} [- (F_{xfl} + F_{xfr}) \sin(\delta) + F_{yf} \cos(\delta) + F_{yrl}]$$

$$\dot{r} = \frac{1}{I_z} [-L_f (F_{xfl} + F_{xfr}) \sin(\delta) + L_f F_{yf} \cos(\delta) - L_r F_{yrl} + T_f (F_{xfl} - F_{xfr}) \cos(\delta) + T_r (F_{xrl} - F_{xrr})] \quad (7)$$

باتوجه به معادلات حرکت خودرو می توان دید که خودرو یک سیستم غیرخطی است. بردار حالت این سیستم $x = [v_x \ v_y \ r \ \omega_{fl} \ \omega_{fr} \ \omega_{rl} \ \omega_{rr}]^T$ است. ورودی سیستم، $u = [T_f \ T_r \ T_{fr} \ T_{fl}]^T$ ، شامل گشتاور ترمز هر یک از چرخ ها است. در اینجا زاویه فرمان چرخ های جلو (δ) به عنوان یک پارامتر متغیر با زمان در نظر گرفته شده است. بردار نیروهای اصطکاک بین تایرها و سطح جاده معادل $z = [F_{xfl} \ F_{xfr} \ F_{xrl} \ F_{xrr} \ F_{yfl} \ F_{yfr} \ F_{yrl} \ F_{yrr}]^T$ و بردار اندازه گیری به صورت $y = [\alpha_x \ \alpha_y \ r \ \omega_{fl} \ \omega_{fr} \ \omega_{rl} \ \omega_{rr}]^T$ است.

با فرض این که تغییرات سرعت زاویه چرخش خودرو (r) کند باشد، معادلات حرکت خودرو را پس از خطی سازی حول نقطه $x^* = [v_x^* \ v_y^* \ r^* \ \omega_{fl}^* \ \omega_{fr}^* \ \omega_{rl}^* \ \omega_{rr}^*]^T$ می توان به صورت زیر نوشت:

طولی و $\alpha_y = \dot{v}_y + v_{xr}$ شتاب جانبی خودرو است. پارامترهای مدل^۵ در جدول (۱) آمده است [۴]. سرعت حرکت خطی هر یک از چرخ ها به صورت زیر محاسبه می شود:

$$V_{\omega fl} = \sqrt{(V_x - T_f r)^2 + (V_y + L_f r)^2}, V_{\omega fr} = \sqrt{(V_x + T_f r)^2 + (V_y + L_f r)^2} \\ V_{\omega rl} = \sqrt{(V_x + T_r r)^2 + (V_y - L_r r)^2}, V_{\omega rr} = \sqrt{(V_x - T_r r)^2 + (V_y - L_r r)^2} \quad (3)$$

زاویه لغزش (زاویه α در شکل ۲)، زاویه بین بردار سرعت حرکت خطی چرخ و راستای طولی آن است. مقدار این زاویه برای هر یک از چهار چرخ از روابط زیر بدست می آید:

$$\alpha_{fl} = \delta - \arctan\left(\frac{V_y + L_f r}{V_x - T_f r}\right), \alpha_{fr} = \delta - \arctan\left(\frac{V_y + L_f r}{V_x + T_f r}\right) \\ \alpha_{rl} = -\arctan\left(\frac{V_y - L_r r}{V_x + T_r r}\right), \alpha_{rr} = -\arctan\left(\frac{V_y - L_r r}{V_x - T_r r}\right) \quad (4)$$

با دانستن سرعت حرکت خطی (V_{ω}) و زاویه لغزش (α)، مقدار لغزش چرخ به صورت زیر محاسبه می شود:

$$s = \begin{cases} 1 - \frac{R\omega}{V_{\omega} \cos(\alpha)} & V_{\omega} \cos(\alpha) > R\omega > 0 \\ -1 + \frac{V_{\omega} \cos(\alpha)}{R\omega} & R\omega > V_{\omega} \cos(\alpha) > 0 \end{cases} \quad (5)$$

۲- تخمین بهینه حالت خودرو و نیروهای اصطکاک

در این بخش یک روش برای تخمین حالت خودرو و نیروهای اصطکاک تایر با استفاده از معادلات حرکت خودرو (بر مبنای مدل هفت درجه آزادی) و اندازه گیری شتاب طولی و جانبی خودرو، سرعت زاویه چرخش (yaw rate) و سرعت چرخش هر یک از چرخ ها ارائه می شود. تمام اندازه گیری های مورد نیاز این روش را می توان با حسگرهای قابل نصب بر روی خودرو انجام داد. در روش پیشنهادی، معادلات حرکت خودرو پس از خطی سازی با یک مدل تصادفی برای رفتار نیروهای اصطکاک تایر ترکیب می شود. سپس برای تخمین حالت سیستم ترکیبی که شامل حالت خودرو و نیروهای اصطکاک است، از یک الگوریتم پایدار عددی استفاده

$$z_i [k + 1] = \varphi z_i [k] + \omega_z [k], i = 1, \dots, 6 \quad (10)$$

با فرض این که ثابت زمانی این فرایند 0.5 ثانیه و دوره نمونه برداری 0.01 ثانیه باشد، φ از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\varphi = \exp\left(-\frac{T}{\tau}\right) = \exp\left(-\frac{0.01}{0.5}\right) = 0.9802 \quad (11)$$

تغییرات کواریانس $z_i [k]$ با زمان به صورت زیر است:

$$E [z_i^2 [k + 1]] = \varphi^2 E [z_i^2 [k]] + E [\omega^2 [k]] \quad (12)$$

برای این که کواریانس $z_i [k]$ با زمان ثابت باشد، باید کواریانس نوین ورودی به صورت زیر انتخاب شود:

$$E [z_i^2 [k + 1]] = E [z_i^2 [k]] \Rightarrow E [\omega^2 [k]] = E [z_i^2 [k]] (1 - \varphi^2) \quad (13)$$

با در نظر گرفتن فرایند (10) به عنوان مدل نیروهای اصطکاک و ترکیب آن با معادلات (9)، معادلات حرکت خودرو به صورت یک سیستم در می آید که بردار حالت آن شامل حالت خودرو و نیروهای اصطکاک است.

۲-۳- الگوریتم محاسبه تخمین بهینه

فیلتر کالمن یک الگوریتم برای تخمین حالت یک سیستم خطی با وجود نویز گوسی در معادلات حالت و اندازه گیری ها است. تخمینی که از فیلتر کالمن به دست می آید براساس معیارهایی مانند حداقل میانگین مربعات^۷ و حداکثر شباهت^۸، بهینه است [۱]. برای تخمین حالت یک سیستم غیرخطی، پس از خطی کردن سیستم می توان از فیلتر کالمن استفاده کرد که در این حالت به آن فیلتر کالمن توسعه یافته^۹ می گویند. با وجود این که فیلتر کالمن توسعه یافته برای سیستم های غیرخطی یک فیلتر بهینه نیست به دلیل قابل قبول بودن نتایج بدست آمده، در بسیاری از کاربردها از آن استفاده می شود.

زمانیکه برای تحقق فیلتر کالمن از یک پردازشگر با دقت و سرعت محدود استفاده می شود، انتخاب الگوریتم عددی مورد استفاده تأثیر زیادی در کارایی فیلتر دارد. خطای گرد کردن حتی بدون وجود خطای مدل سازی می تواند منجر به ناپایداری فیلتر کالمن شود [۱]. به همین دلیل تاکنون روش های گوناگونی برای تحقق

$$\dot{x}(t) = F_x(t) x(t) + F_{xz}(t) z(t) + G(t) u(t) \quad (8)$$

$$y(t) = H_x(t) x(t) + H_z(t) z(t)$$

که در آن:

$$F_x = \begin{bmatrix} 0 & r^* & 0_{2 \times 6} \\ -r^* & 0 & 0_{6 \times 2} \end{bmatrix}, H_x = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 6} \\ 0_{6 \times 2} & I_{6 \times 6} \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 0_{8 \times 4} \\ -\frac{1}{T} I_{4 \times 4} \end{bmatrix}$$

$$F_{xz} = \begin{bmatrix} -\frac{\cos(\theta)}{m} & -\frac{\cos(\theta)}{m} & -\frac{1}{m} & -\frac{1}{m} & -\frac{\sin(\theta)}{L_f} & -\frac{\sin(\theta)}{L_f} \\ -\frac{\sin(\theta)}{m} & -\frac{\sin(\theta)}{m} & 0 & 0 & \frac{\cos(\theta)}{L_f} & \frac{\cos(\theta)}{L_f} \\ T_f \cos(\theta) - L_f \sin(\theta) & -T_f \cos(\theta) - L_f \sin(\theta) & -\frac{T_f}{L_f} & \frac{T_f}{L_f} & \frac{L_f \cos(\theta)}{L_f} & -\frac{L_f \sin(\theta)}{L_f} \end{bmatrix}$$

$$H_z = \begin{bmatrix} -\frac{\cos(\theta)}{m} & -\frac{\cos(\theta)}{m} & -\frac{1}{m} & -\frac{1}{m} & -\frac{\sin(\theta)}{m} & -\frac{\sin(\theta)}{m} \\ -\frac{\sin(\theta)}{m} & -\frac{\sin(\theta)}{m} & 0 & 0 & \frac{\cos(\theta)}{m} & \frac{\cos(\theta)}{m} \end{bmatrix}$$

با تقریب $\dot{x} = (x[k+1] - x[k]) / T$ که در آن T دوره نمونه برداری است، می توان سیستم (8) را به صورت گسسته با زمان تبدیل کرد:

$$\begin{aligned} x[k+1] &= A_x[k] x[k] + A_{xz}[k] z[k] + B[k] u[k] \\ y[k+1] &= C_x[k+1] x[k+1] + C_z[k+1] z[k+1] \end{aligned} \quad (9)$$

یک راه برای تخمین نیروهای اصطکاک، نوشتن معادلات بالا به صورت یک سیستم تکین^۶ است که بردار حالت آن شامل $x[k]$ و $z[k]$ باشد. برای تخمین حالت این سیستم باید از فیلتر کالمن برای سیستم های تکین استفاده کرد. در [۱۲] با انجام شبیه سازی نشان داده شده است که این روش نسبت به نویز حساس است. برای کاهش حساسیت نسبت به نویز می توان با در نظر گرفتن نامعینی ها و روابط غیرخطی موجود و حجم محاسبات الگوریتم تخمین، یک مدل مناسب برای نیروهای اصطکاک انتخاب کرد.

۲-۲- یک مدل تصادفی برای نیروهای اصطکاک

باتوجه به این که اندازه نیروهای اصطکاک تأیر با نیروی عمودی وارد بر تأیر و در نتیجه با وزن خودرو محدود می شود، به نظر می رسد یک فرایند تصادفی که میانگین آن صفر، واریانس آن ثابت با زمان و ثابت زمانی تغییرات آن مناسب باشد، مدل مناسبی برای نیروهای اصطکاک تأیر است. در این مقاله از فرایند گوس-مارکوف زیر به عنوان مدل نیروهای اصطکاک استفاده شده است:

که در آن $\omega_0 [k] = [\omega_e [k] \omega [k]]^T$ با محاسبه تجزیه QR زیر:

$$\begin{bmatrix} A [k] S [k] & -B_w [k] \\ 0 & D_v [k] \end{bmatrix} = [R_b [k] \quad 0] Q_b [k] \quad (18)$$

و با فرض:

$$Q_b [k] \omega_0 [k] = \begin{bmatrix} \omega_a [k] \\ \omega_b [k] \end{bmatrix} \quad (19)$$

که در آن $\omega_a [k] \in N(0, I)$ و $\omega_b [k] \in N(0, I)$ است، داریم:

$$\begin{bmatrix} A [k] \hat{X} [k] + B_u [k] u [k] \\ y [k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ C [k+1] \end{bmatrix} X [k+1] + R_b [k] \omega_a [k] \quad (20)$$

بنابر این:

$$R_b^{-1} [k] \begin{bmatrix} A [k] \hat{X} [k] + B_u [k] u [k] \\ y [k+1] \end{bmatrix} = R_b^{-1} [k] \begin{bmatrix} I \\ C [k+1] \end{bmatrix} X [k+1] + \omega_a [k] \quad (21)$$

از تجزیه QR زیر:

$$R_b^{-1} [k] \begin{bmatrix} I \\ C [k+1] \end{bmatrix} = Q_a [k+1] \begin{bmatrix} R_a [k+1] \\ 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

نتیجه می شود:

$$Q_a^T [k+1] R_b^{-1} [k] \begin{bmatrix} A [k] \hat{X} [k] + B_u [k] u [k] \\ y [k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a [k+1] \\ 0 \end{bmatrix} X [k+1] + Q_a^T [k+1] \omega_a [k] \quad (23)$$

با استفاده از رابطه می توان $\hat{X} [k+1]$ و جذر ماتریس کوواریانس، $S [k+1]$ را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\hat{X} [k+1] = [R_a^{-1} [k+1] \quad 0] Q_a^T [k+1] R_b^{-1} [k] \begin{bmatrix} A [k] \hat{X} [k] + B_u [k] u [k] \\ y [k+1] \end{bmatrix} \\ S [k+1] = R_a^{-1} [k+1] \quad (24)$$

عددی فیلتر کالمن به وجود آمده است که نسبت به الگوریتم استاندارد فیلتر کالمن حجم محاسبات کمتر و پایداری عددی بیشتری دارند. یکی از مشکلاتی که معمولاً باعث ناپایداری فیلتر کالمن می شود، منفی شدن ماتریس کوواریانس است. الگوریتم های مبتنی بر جذر ماتریس کوواریانس برای حل این مشکل طراحی شده اند. در این الگوریتم ها جذر ماتریس کوواریانس به صورت بازگشتی^۱ محاسبه می شود. به این ترتیب ماتریس کوواریانس که از روی جذر آن بدست می آید، هیچگاه منفی نخواهد شد.

در این بخش از یک الگوریتم مبتنی بر جذر ماتریس کوواریانس برای تحقق فیلتر کالمن توسعه یافته به منظور تخمین حالت خودرو و نیروهای اصطکاک استفاده شده است. جزئیات بیشتر در باره این الگوریتم در [۹] و [۱۲] آمده است. معادلات (۹) را با در نظر گرفتن نویز سفید می توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} x [k+1] \\ z [k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{xx} [k] & A_{xz} [k] \\ 0 & A_z [k] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x [k] \\ z [k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_x [k] \\ 0 \end{bmatrix} u [k] + B_w [k] w [k] \\ y [k+1] = \begin{bmatrix} C_x [k+1] & C_z [k+1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x [k+1] \\ z [k+1] \end{bmatrix} + D_w [k] v [k] \quad (14)$$

که در آن $v [k] \in N(0, I)$ و $w [k] \in N(0, I)$ نویز سفید گوسی مستقل از هم هستند و:

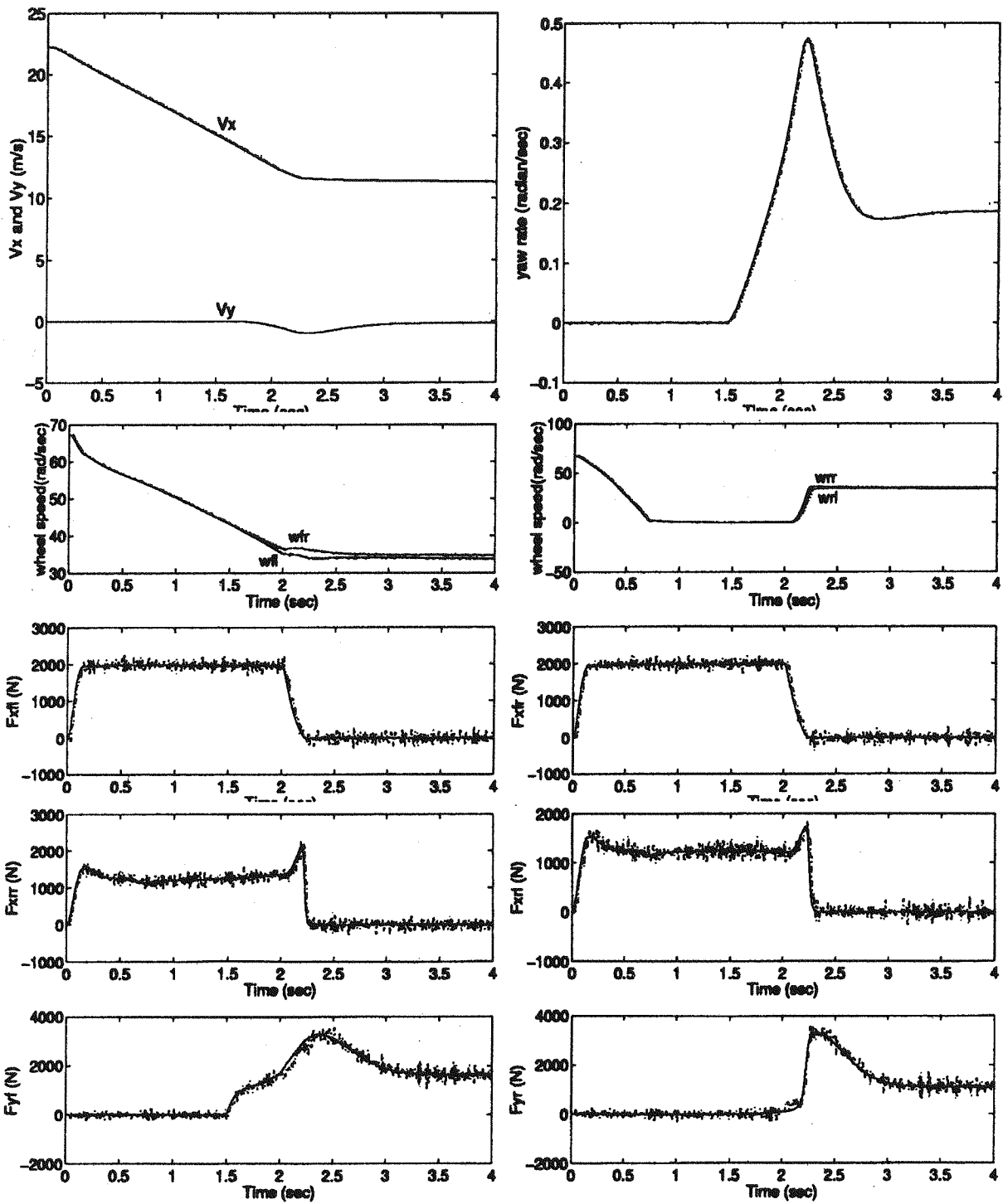
$$A_z = \text{diag} (\{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_6\}) \quad (15)$$

فرض کنید $\hat{X} [k]$ یک تخمین اولیه برای $X [k]$ است که جذر ماتریس کوواریانس آن $S [k]$ است. اطلاعات مربوط به $\hat{X} [k]$ را می توان به صورت زیر نشان داد:

$$\hat{X} [k] = X [k] + S [k] \omega_e [k] \quad (16)$$

که در آن $\omega_e [k] \in N(0, I)$ نویز سفید است. با جایگذاری $X [k]$ از این رابطه در (۱۴) داریم:

$$\begin{bmatrix} A [k] \hat{X} [k] + B_u [k] u [k] \\ y [k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ C [k+1] \end{bmatrix} X [k+1] + \begin{bmatrix} A [k] S [k] & -B_w [k] \\ 0 & D_v [k] \end{bmatrix} \omega_0 [k] \quad (17)$$



شکل (۳) مقایسه مقدار واقعی (پیوسته) و تخمین (خط چین) متغیرهای حالت و نیروهای اصطکاک.

اکنون می توان تخمین حالت سیستم را به صورت بازگشتی محاسبه کرد و الگوریتم تخمین، کامل شده است.

۳- شبیه سازی

برای بررسی کارایی روش پیشنهادی، یک آزمایش شامل ترمز در حال پیچیدن و تغییر ناگهانی ضریب اصطکاک انتخاب شده است. در این آزمایش سرعت اولیه خودرو 80Km/h است. گشتاور ترمز چهار چرخ از لحظه $t = 0$ ، برابر 700Nm در نظر گرفته شده است. در $t = 1.5$ sec = راننده فرمان را به اندازه 0.05 رادیان به سمت چپ می چرخاند و در $t = 2$ sec گشتاور ترمز صفر می شود. برای شبیه سازی خودرو واقعی از یک مدل شانزده درجه آزادی [۱۰] و برای تایرها از یک مدل تحلیلی [۱۱] استفاده شده است. نتیجه این شبیه سازی (شکل ۳) نشان می دهد، تخمین بردار حالت خودرو به خوبی مقدار واقعی را دنبال می کند و خطای تخمین نیروهای اصطکاک هم قابل قبول است. متوسط حجم محاسبات این روش، 38569 عملیات اعشاری^{۱۱} در هر دوره نمونه برداری است. در حالی که این مقدار برای روش ارائه شده در [۴]، 134000 عملیات اعشاری در هر دوره نمونه برداری است.

۴- نتیجه گیری

در این مقاله روشی برای تخمین سرعت خودرو و نیروی اصطکاک میان تایر و سطح جاده ارائه شد. در این روش از سنسورهای استفاده شده است که همگی قابل نصب بر روی خودرو هستند و در سیستم های کنترلی خودروهای مجهز امروزی به کار می روند.

مراجع

همچنین در این روش نیازی به مدل کردن تایر نیست و هیچ پیش فرضی برای نیروی اصطکاک تایر در نظر گرفته نمی شود.

سپاسگزاری

نگارندگان بر خود لازم می دانند از آقایان دکتر رامین نیکخواه و دکتر سعید طاهری و نیز داوران مجله علمی امیرکبیر که نظراتشان تأثیر به سزایی بر نحوه ارائه این مقاله داشت، تشکر و قدردانی نمایند.

زیر نویس ها

1 - Antilock Braking System

۲- تنها زمانی می توان با اندازه گیری سرعت چرخش تایر، سرعت خودرو را بدست آورد که تایر در حال حرکت آزادانه باشد و هیچ گشتاوری به آن اعمال نشود.

3 - Yaw rate

۴- این مدل از ساده کردن مدل ارائه شده در (۵) بدست آمده است.

۵- در [۴] از یک مدل دوچرخه برای خودرو استفاده شده است. ممان اینرسی چرخ جلوی (عقب) این مدل، دو برابر ممان اینرسی هریک از چرخ های محور جلوی (عقب) خودرو است.

6 - Singular

7 - Minimum man square

8 - Maximum likelihood

9 - xtended Kalman filter

10 - Recursive

11 - Floating point operation

[1] G. J. Bierman, Factorization Methods for Discrete Sequential Estimation, New York: Academic, 1977.

[2] F. Gustafsson, "Slip-based tire-road friction estimation," Automatica, vol. 33, no. 6, pp. 1087-1099, 1997.

[3] F. Gustafsson, "Monitoring tire-road friction estimation using the wheel slip," IEEE Contr. Syst. Magazine, vol. 18, no. 4, pp. 42-49, Aug. 1998.

[4] L. R. Ray, "Nonlinear state and tire force estimation for advanced vehicle control," IEEE Tran. Contr. Syst. Technol., vol. 3, no. 1, pp. 117-124, March 1995.

[5] L. R. Ray, "Real-time determination of road coefficient of friction for IVHS and advanced vehicle control," Proc. 1995 Amer. Contr. Conf., Seattle, WA, pp. 2133-2137, June 1995.

[6] S. Taheri and E. H. Law, "Investigation of a

- combined slip control braking and closed loop four wheel steering system for an automobile during combined hard braking and severe steering," Proc. 1990 Amer. Contr. Conf., San Diego, CA, pp. 1862-1867, 1990.
- [7] N. Matsumoto and M. Tomziuka, "Vehicle lateral velocity and yaw rate control with two independent control inputs," Proc. 1990 Amer. Contr. Conf., San Diego, CA, pp. 186-1875, 1990.
- [8] A. Daiß and U. Kiencke, "Estimation of vehicle speed, Fuzzy-estimation in comparison with Kalman-filtering," Proc. 1995 Conf. Contr. Applicat., New York, NY, pp. 281-284, 1995.
- [9] B. C. Levy, A. Benveniste, and R. Nikoukhah, "High-level primitives for recursive maximum likelihood estimation," IEEE Tran. Auromat. Contr., vol. 41, no. 8pp. 1125-1145, Aug. 1996.
- [10] K. A. Unyelioglu, U. Ozgiiner, T. Hissong, and J. Winkelman, "Wheel torque proportioning, rear steering, and normal force control: a structural investigation," IEEE Tran. Automat. Contr., vol. 42, no. 6, pp. 803-818, June 1997.
- [11] H. T. Szostak, R. W. Allen, and T. J. Roenthal, "Analytical modeling of a driver response in crash avoidance maneuvering, Vol. II: An interactive tire model for driver/vehicle simulation," U.S. Department of Transportation, report no. DOT HS 807-271, April 1988.
- [۱۲] بهزاد صمدی، تشخیص و شناسایی عیب و تطابق با آن در سیستم ترمز ضدقفل (ABS) با استفاده از روش های مبتنی بر مدل، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، ۱۳۷۷.