

آنالیز نویز در تقسیم کننده فرکانس مایکروویو

نوید صفایی حائری
کارشناس ارشد

عبدالعلی عبدی پور
استادیار

رضا فیروزآبادی
دانشجوی دکتری

دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

چکیده

هدف این مقاله، آنالیز در یک تقسیم کننده فرکانس آنالوگ از نوع regenerative در باند C مایکروویو است. با استفاده از روش توازن هارمونیک و روش ماتریس تبدیل و با در نظر گرفتن مدل ساده نویز برای قطعه فعال، چگالی طیف نویز فاز و نویز دامنه برای تقسیم کننده فرکانس (بدون در نظر گرفتن نویز سیگنال تحریک) محاسبه و شبیه سازی شده اند.

Noise Analysis of a Microwave Frequency Divider

A. Abdipour
Assistant Professor

N. Safaei Haeri
M.Sc. Student

R. Firuzabadi
Ph. D. Student

Electrical Engineering Department,
Amirkabir University of Technology

Abstract

This paper presents noise analysis of a regenerative analog frequency divider at microwave C band frequency. Using harmonic balance and conversion matrix methods, by considering a simple noise model for active device, phase and amplitude noise spectrum densities for the frequency divider (without considering the noise of excitation signal) are calculated and simulated.

۴ گیگاهرتز (شکل ۱) مورد مطالعه قرار گرفته شده است. آنالیز سیگنالی این تقسیم کننده با در نظر گرفتن مدل غیرخطی Statz [۵] برای ترانزیستور، قبلاً ارائه گردیده است [۶] و در این مقاله تحلیل تقسیم کننده فرکانس از نظر نویز با در نظر گرفتن مدل دینامیکی غیرخطی ترانزیستور که به صورت زیر بخش بندی شده است، انجام می گیرد.

در بخش ۲، روش ماتریس تبدیل و مدل پارامتری عناصر غیرخطی، معمول در مدلسازی غیرخطی قطعات مایکروویو بررسی گردیده اند و در بخش ۳ به نحوه محاسبه طیف قدرت نویز فاز و نویز دامنه اسیلاتورها می پردازیم. آنالیز نویز تقسیم کننده با بکارگیری مفاهیم بخش های ۲ و ۳ در بخش ۴ ارائه شده است.

۲- روش ماتریس تبدیل

روش ماتریس تبدیل، برای وقتی که می خواهیم پاسخ یک مدار غیرخطی را به دو سیگنال پیدا کنیم که یکی از آنها قوی (سیگنال بزرگ) و دیگری ضعیف (سیگنال کوچک) است، روش سودمندی است. کاربرد عمده این روش در آنالیز میکسر در گیرنده ها و آنالیز نویز مدارهای غیرخطی می باشد.

در چنین حالتی برای آنالیز مدار ابتدا تنها سیگنال بزرگ را در نظر می گیریم و با استفاده از روش توازن هارمونیک^۴ مدار را آنالیز می کنیم [۷]. در نتیجه تحلیل سیگنال بزرگ، ولتاژهای دو سر عناصر غیرخطی مدار مشخص می شود که به آنها ولتاژ فرمان می گوئیم. در مرحله بعد با استفاده از ولتاژ فرمان سیگنال بزرگ به دست آمده از مرحله قبل، ماتریس تبدیل عناصر غیرخطی را پیدا می کنیم. ماتریس تبدیل یک المان بیانگر رفتار سیگنال کوچک آن المان در حضور ولتاژ فرمان دو سر آن می باشد. بنابر این پس از بدست آوردن ماتریس تبدیل عناصر مدار و با جایگزین کردن آنها به جای عناصر مدار در آنالیز سیگنال کوچک، به یک مدار خطی و البته متغیر با زمان می رسیم که به وسیله آن می توان پاسخ سیگنال کوچک ورودی را نیز بدست آورد.

برای یافتن ماتریس تبدیل یک کندوکتانس متناوب $g(t)$ با پریود $T_p = \frac{2\pi}{\omega_p}$ می توان بسط سری فوریه آن را به شکل زیر نوشت [۷]:

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_n \cdot e^{in\omega_p t} \quad (1)$$

امروزه استفاده از مدارات فعال مایکروویو برای کاربردهای نظامی و غیرنظامی و با تکنولوژی های مختلف MIC و MMIC رو به افزایش است [۱]. بهره گیری از فن آوریهای جدید در ساخت قطعات متجانس^۱ و نامتجانس^۲ باعث شده است که عناصر فعال مایکروویو در کاربردهای خطی و غیرخطی خود نظیر تقویت کننده ها، میکسرها، اسیلاتورها، ضرب کننده ها و تقسیم کننده های فرکانس، در باند سانتیمتری و میلیمتری کارایی خوبی را از خود نشان دهند. بسیاری از عناصر غیر فعال مانند آنتن، کوپلر، ایزولاتور و فیلتر، امروزه به مدد همین فن آوری ها در مایکروویو به صورت فعال تحقق فیزیکی می یابند که موجب می شود مدار به جای تلف، دارای بهره و مزایای دیگر شود. اما حضور قطعات فعال در مدار باعث افزایش نویز و در نتیجه کاهش حساسیت سیستم، تخریب خلوص طیف سیگنال مفید و مسائل دیگر می گردد. لذا مطالعه نویز در مدارهای خطی و غیرخطی جهت بهبود عملکرد کلی سیستم، امری ضروری است.

از میان کاربردهای مختلف فوق، رفتار سیگنال و نویز یک نمونه تقسیم کننده فرکانسی از نوع regenerative [۲] را مورد بررسی قرار می دهیم. تقسیم کننده های فرکانسی که از نظر ژنتیکی از خانواده اسیلاتورهای سنکرون شده محسوب می شوند، در سیستم های مخابراتی به خصوص سنتزکننده های فرکانسی دارای اهمیت ویژه هستند [۳] و به خاطر اینکه قطعه فعال در این حالت دارای عملکرد غیرخطی است، آنالیز سیگنال و نویز آن به سهولت مدارهای خطی نبوده و حتی آنالیز تحلیلی (غیرعددی) سیگنال و نویز اسیلاتورها با در نظر گرفتن تقریب های گوناگون، مشکلات خاص خود را دارا می باشد [۴].

در مورد آنالیز تقسیم کننده ها می توان از کار X. Zhang و همکاران او [۱۰] در مورد نویز اسیلاتورهای تزریق شده زیر هارمونیک نام برد که برای مدل ترانزیستور فقط یک عنصر غیرخطی استاتیکی (منبع جریان) انتخاب شده است، و یا به کار Llopis [۱۱] می توان اشاره نمود که نویز در یک تقسیم کننده را بررسی کرده است. در کار ما هم مدل عنصر غیرخطی و هم توپولوژی تقسیم کننده و آنالیز از نظر محاسبات مربوط به نویز دامنه متفاوت است.

در اینجا یک نمونه تقسیم کننده فرکانسی آنالوگ ۸ به

$$\vec{\Delta I} = j [W] [C] \cdot \vec{\Delta V}$$

و یا :

(۸)

که در آن :

$$[W] = \begin{bmatrix} \omega_{-n} & & & & & 0 \\ & \omega_{-n+1} & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \omega_0 & & \\ 0 & & & & & \\ & & & & & \omega_n \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} c_0 & c_{-1} & \dots & c_{-2n} \\ c_1 & c_0 & \dots & c_{-2n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_n & c_{n-1} & \dots & c_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{2n} & c_{2n-1} & \dots & c_0 \end{bmatrix}$$

مدل پارامتریک خازن غیرخطی در شکل ۳ نشان داده شده است.

در حالت کلی عنصر غیرخطی می تواند وابسته به چند متغیر مستقل باشد. در این حالت به تعداد متغیرهای مستقل، ماتریس تبدیل خواهیم داشت. اگر داشته باشیم :

$$i(t) = f(V_1(t), V_2(t), \dots, V_N(t)) \quad (۹)$$

ولتاژ دهانه ها را می توان به شکل زیر نوشت :

$$V_i(t) = \text{Re} \left[\sum_{n=0}^{\infty} V_{in} \cdot e^{in\omega t} \right] \quad (۱۰)$$

همچنین می دانیم که ولتاژ کل، برابر مجموع ولتاژ سیگنال بزرگ و سیگنال کوچک است. یعنی داریم :

$$v_i(t) = V_i(t) + \delta V_i(t)$$

که مقدار ولتاژ سیگنال کوچک برابر است با :

$$\delta V_i(t) = \text{Re} \left[\Delta V_{i0}(t) \cdot e^{i\omega t} + \sum_{n=1}^{\infty} \Delta V_{in}(t) \cdot e^{i(n\omega_p + \omega)t} + \sum_{n=1}^{\infty} \Delta V_{in} \cdot e^{i(n\omega_p - \omega)t} \right] \quad (۱۱)$$

در نتیجه جریان سیگنال کوچک برابر خواهد بود با :

$$\delta i(t) = \frac{\partial f}{\partial V_1} \delta V_1(t) + \frac{\partial f}{\partial V_2} \delta V_2(t) + \dots + \frac{\partial f}{\partial V_n} \delta V_N(t) \quad (۱۲)$$

ولتاژ اختلالات در حالت کلی عبارت است از :

$$\delta V(t) = \text{Re} \left(\Delta V_s \cdot e^{j\omega_s t} + \sum_{n=1}^{\infty} \Delta V_n \cdot e^{i(n\omega_p + \omega)t} + \sum_{n=1}^{\infty} \Delta V_{-n} \cdot e^{i(n\omega_p - \omega)t} \right) \quad (۲)$$

جریان اختلالات نیز برابر است با :

$$\delta I(t) = \text{Re} \left(\Delta I_s \cdot e^{j\omega_s t} + \sum_{n=1}^{\infty} \Delta I_n \cdot e^{i(n\omega_p + \omega)t} + \sum_{n=1}^{\infty} \Delta I_{-n} \cdot e^{i(n\omega_p - \omega)t} \right) \quad (۳)$$

با توجه به روابط (۱)، (۲) و (۳) می توان نوشت :

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{-n} \\ \Delta I_{-(n-1)} \\ \vdots \\ \Delta I_0 \\ \vdots \\ \Delta I_{+n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_0 & g_{-1} & \dots & g_{-2n} \\ g_1 & g_0 & \dots & g_{-2n+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_n & g_{n-1} & \dots & g_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{2n} & g_{2n-1} & \dots & g_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{-n} \\ \Delta V_{-(n-1)} \\ \vdots \\ \Delta V_0 \\ \vdots \\ \Delta V_{+n} \end{bmatrix} \quad (۴)$$

و یا

$$\vec{\Delta I} = [G] \cdot \vec{\Delta V} \quad (۵)$$

به ماتریس G، ماتریس تبدیل کندوکتانس غیرخطی گفته می شود. ابعاد ماتریس کندوکتانس برابر است با $(2N_H + 1) \times (2N_H + 1)$ ، که N_H تعداد هارمونیک های در نظر گرفته شده برای آنالیز است.

مدل پارامتریک کندوکتانس غیرخطی با مشخصه $I = f_1(V)$ در شکل ۲ نشان داده شده است.

در مورد یک خازن غیرخطی با مشخصه $q = f_2(V)$

$$c(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \cdot e^{in\omega_p t} \quad (۶)$$

مشابه حالت قبل، خواهیم داشت [V] :

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{-n} \\ \Delta I_{-(n-1)} \\ \vdots \\ \Delta I_0 \\ \vdots \\ \Delta I_{+n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} jc_0 \omega_n & jc_{-1} \omega_n & \dots & jc_{-2n} \omega_n \\ jc_{-1} \omega_{n+1} & jc_0 \omega_{n+1} & \dots & jc_{-2n+1} \omega_{n+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ jc_n \omega_0 & jc_{n-1} \omega_0 & \dots & jc_n \omega_0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ jc_{2n} \omega_n & jc_{2n-1} \omega_n & \dots & j0 \omega_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{-n} \\ \Delta V_{-(n-1)} \\ \vdots \\ \Delta V_0 \\ \vdots \\ \Delta V_{+n} \end{bmatrix} \quad (۷)$$

که در این رابطه:

$$\frac{\partial f}{\partial V_j} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_{nj} \cdot e^{in\omega_p(t)}, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (13)$$

و g_{nj} ها عناصر ماتریس تبدیل مربوط به متغیر V_j می باشند.

پس در حالتی که N متغیر V_1 تا V_N داشته باشیم، باید ماتریس تبدیل را به ازای هر کدام از متغیرها به دست بیآوریم. با فرض اینکه G_1 تا G_N ماتریس های تبدیل به دست آمده به ازای متغیرهای V_1 تا V_N باشند، با جایگزینی آنها به جای المان غیرخطی خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{-n} \\ \vdots \\ \Delta I_0 \\ \vdots \\ \Delta I_{+n} \end{bmatrix} = [G_1] \begin{bmatrix} \Delta V_{1-n} \\ \vdots \\ \Delta V_{10} \\ \vdots \\ \Delta V_{1+n} \end{bmatrix} + [G_2] \begin{bmatrix} \Delta V_{2-n} \\ \vdots \\ \Delta V_{20} \\ \vdots \\ \Delta V_{2+n} \end{bmatrix} + \dots + [G_N] \begin{bmatrix} \Delta V_{N-n} \\ \vdots \\ \Delta V_{N0} \\ \vdots \\ \Delta V_{N+n} \end{bmatrix} \quad (14)$$

و یا:

$$\vec{\Delta I} = [G_1] \vec{\Delta V}_1 + [G_2] \vec{\Delta V}_2 + \dots + [G_N] \vec{\Delta V}_N \quad (15)$$

و به همین ترتیب در حالتی که عنصر غیرخطی خازن باشد داریم:

$$\vec{\Delta I} = j[W] \{ [C_1] \vec{\Delta V}_1 + [C_2] \vec{\Delta V}_2 + \dots + [C_N] \vec{\Delta V}_N \} \quad (16)$$

پس از بدست آوردن ماتریس تبدیل عناصر مدار و با جایگزینی آنها، به یک مدار خطی متغیر با زمان می رسیم که آنالیز آن به کمک روش های متداول آنالیز مدارهای خطی میسر می شود.

در اینجا یادآوری می شود که بدست آوردن ماتریس تبدیل، بر شناخت حالت دائمی سیستم غیرخطی در حضور سیگنال بزرگ به دست آمده از روش توازن هارمونیک استوار می باشد.

۳- طیف قدرت نویز

در تمامی قطعات الکترونیکی، منابع مختلف نویز با منشأ متفاوت وجود دارند. مهمترین این منابع در قطعات

الکترونیکی به طور عام عبارتند از نویز حرارتی^۵، نویز شات^۶، نویز دیفیوژن^۷، نویز $G-R$ ^۸، و نویز $1/f$ [۸]. از میان منابع فوق، نویز $1/f$ در اسیلاتورهای آزاد و غیرآزاد (سنکرون) دارای اهمیت ویژه است و معمولاً در محاسبات و اندازه گیری ها به عنوان منبع نویز غالب در نظر گرفته می شود [۸]. این منبع نویز از طریق عملکرد غیرخطی عناصر فعال (مانند ترانزیستورها)، باعث ایجاد مدولاسیون های مزاحم فاز و دامنه در سیگنال نوسان (سیگنال مفید) می شوند و در نتیجه دارای طیف نویز فاز و دامنه در اطراف فرکانس نوسان می باشیم.

در اینجا به محاسبه طیف نویز فاز و دامنه ناشی از یک منبع ولتاژ نویز از نوع $1/f$ می پردازیم. فرض کنیم ولتاژ خروجی (ولتاژ بار) مدار تقسیم کننده فرکانس سیگنالی سینوسی $V_e(t)$ با دامنه A_0 ، فرکانس زاویه ای ω_0 و فاز ϕ_0 باشد:

$$V_e(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \phi_0) \quad (17)$$

ولتاژ خروجی مدوله شده در فاز و دامنه ناشی از اختلالات نویز با در نظر گرفتن تئوری Penfield [۹] برابر است با:

$$V(t) = (A_0 + \delta A(t)) \cos(\omega_0 t + \phi_0 + \delta\phi(t)) \quad (18)$$

در این رابطه δA و $\delta\phi$ به ترتیب دامنه و فاز ناشی از نویز هستند. می توانیم رابطه بالا را به شکل زیر بنویسیم.

$$V(t) = \text{Re} \left[A_0 \left(1 + \frac{\delta A(t)}{A_0} \right) e^{j(\omega_0 t + \phi_0 + \delta\phi(t))} \right] \quad (19)$$

از آنجا که δA و $\delta\phi$ تغییرات ناشی از نویز هستند، بدیهی است که مقدار آنها نسبت به سیگنال بزرگ خروجی خیلی کوچکتر است، یعنی می توان نوشت:

$$\begin{cases} \frac{\delta A(t)}{A_0} \ll 1 \\ \delta\phi(t) \ll \omega_0 t \end{cases} \quad (20)$$

باتوجه به کوچکی تغییرات فاز سیگنال می توانیم از تقریب زیر استفاده کنیم:

$$e^{j\delta\phi(t)} \approx 1 + j \cdot \delta\phi(t) \quad (21)$$

چگالی طیف قدرت نویز فاز در فرکانس اصلی به دست می‌آید:

$$S_{\Delta\phi} = \frac{|e^{j\phi_0} V_L^* - e^{-j\phi_0} V_U|^2}{|A_0|^2} \quad (29)$$

همچنین چگالی طیف قدرت نویز دامنه را می‌توان به صورت زیر بیان داشت:

$$S_{\Delta A} = \frac{|\Delta A|^2}{|A_0|^2} \quad (30)$$

با قرار دادن مقدار ΔA از رابطه (27) در رابطه (30)، طیف قدرت نویز دامنه در فرکانس اصلی به دست می‌آید:

$$S_{\Delta A} = \frac{|e^{j\phi_0} V_L^* + e^{-j\phi_0} V_U|^2}{|A_0|^2} \quad (31)$$

برای به دست آوردن نویز فاز و نویز دامنه همانطور که از روابط (29) و (31) دیده می‌شود، باید مقادیر A_0 و ϕ یا همان ولتاژ سیگنال بزرگ خروجی، و همچنین ولتاژهای V_U و V_L یعنی ولتاژهای کناری سیگنال نویز حول سیگنال بزرگ اصلی را بدست آوریم. V_U و ولتاژ کناری بالایی ناشی از مدولاسیون نویز با فرکانس زاویه ای Ω ، و سیگنال اصلی با فرکانس زاویه ای ω_0 است؛ که پس فرکانس زاویه ای آن $\omega_0 + \Omega$ است. همچنین V_L ولتاژ کناری پایینی ناشی از مدولاسیون نویز با فرکانس زاویه ای Ω ، و سیگنال اصلی با فرکانس زاویه ای ω_0 است؛ پس فرکانس زاویه ای آن $\omega_0 - \Omega$ است.

۴- آنالیز نویز تقسیم کننده فرکانس

ایده کلی که برای آنالیز نویز از آن استفاده می‌کنیم این است که نویز را به عنوان یک سیگنال کوچک در کنار سیگنال بزرگ ورودی فرض می‌کنیم و با انجام آنالیز «سیگنال کوچک - سیگنال بزرگ»، طیف قدرت نویز را محاسبه می‌کنیم [9].

برای آنالیز نویز تقسیم کننده فرکانس ابتدا باید پاسخ سیگنال بزرگ مدار را به دست بیاوریم. برای به دست آوردن پاسخ سیگنال بزرگ، از روش توازن هارمونیک [7] استفاده می‌کنیم. با استفاده از روش توازن هارمونیک ولتاژهای سیگنال بزرگ عناصر غیرخطی (ولتاژهای فرمان)، و همچنین ولتاژ خروجی روی بار به

پس اکنون با توجه به روابط (19) و (21)، و با صرف نظر کردن از جمله درجه دوم داریم:

$$V(t) = \text{Re} \left\{ A_0 \left[1 + \frac{\delta A(t)}{A_0} + j \delta \phi(t) \right] e^{j(\omega_0 t + \phi_0)} \right\} \quad (22)$$

همچنین با فرض مدولاسیون های سینوسی با فرکانس $\Omega \ll \omega_0$ برای تغییرات دامنه و فاز داریم:

$$\begin{cases} \delta A(t) = \text{Re} \{ \Delta A \cdot e^{j\Omega t} \} \\ \delta \phi(t) = \text{Re} \{ \Delta \phi \cdot e^{j\Omega t} \} \end{cases} \quad (23)$$

با ترکیب معادلات (22) و (23) خواهیم داشت:

$$V(t) = \text{Re} \left\{ A_0 \left[1 + \frac{\Delta A}{2A_0} e^{j\Omega t} + \frac{\Delta A^*}{2A_0} e^{-j\Omega t} + j \frac{\Delta \phi}{2} e^{j\Omega t} + j \frac{\Delta \phi^*}{2} e^{-j\Omega t} \right] e^{j(\omega_0 t + \phi_0)} \right\} \quad (24)$$

که این رابطه را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$V(t) = \text{Re} [A_0 e^{j(\omega_0 t + \phi_0)} + V_U e^{j(\omega_0 + \Omega)t} + V_L e^{j(\omega_0 - \Omega)t}] \quad (25)$$

در رابطه اخیر V_U و V_L به ترتیب ولتاژهای فرکانس های پایینی $(\omega_0 - \Omega)$ و بالایی $(\omega_0 + \Omega)$ ناشی از مدولاسیون نویز با سیگنال اصلی (ω_0) هستند و مقدار آنها برابر است با:

$$\begin{cases} V_L = A_0 e^{j\phi_0} \left[\frac{j \Delta \phi^*}{2} + \frac{\Delta A^*}{2A_0} \right] \\ V_U = A_0 e^{j\phi_0} \left[\frac{j \Delta \phi}{2} + \frac{\Delta A}{2A_0} \right] \end{cases} \quad (26)$$

حال با توجه به رابطه (26)، مقادیر تغییرات فاز و دامنه را بر حسب ولتاژهای V_U و V_L محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta \phi = j \frac{e^{j\phi_0} V_L^* - e^{-j\phi_0} V_U}{A_0} \quad (27)$$

$$\Delta A = e^{j\phi_0} V_L^* - e^{-j\phi_0} V_U$$

از طرفی می‌دانیم که چگالی طیف قدرت نویز فاز، برابر است با:

$$S_{\Delta\phi} = |\overline{\Delta \phi}|^2 \quad (28)$$

با قرار دادن مقدار $\Delta \phi$ از رابطه (27) در رابطه (28)،

نظیر اسلاتورهای سنکرون شده، نویز $1/f$ ، نویز غالب مدار می باشد [۸].
باتوجه به شکل ۴ و مقادیر ولتاژ و جریان نشان داده شده بر روی آن، داریم:

$$V_s = V_1 + V_3 + I_1 \cdot (Z_g + R_{in}) - E_g = (I_F - I_1) \cdot Z_s \quad (۳۲)$$

$$V_1 = V_2 + V_3 + I_2 \cdot Z_d = -(I_F + I_2) \cdot Z_L \quad (۳۳)$$

$$V_3 = (I_1 + I_2) \cdot Z_s \quad (۳۴)$$

$$I_F = \frac{V_L - V_s}{Z_F} \quad (۳۵)$$

طبق تعریف ماتریس تبدیل، خواهیم داشت:

$$I_1 = j[\omega][C_{gs1}] \cdot V_1 + j[\omega][C_{gs2}] \cdot V_2 \quad (۳۶)$$

$$I_2 = [G_{Id1}] \cdot V_1 + [G_{Id2}] \cdot V_2 \quad (۳۷)$$

دیده می شود که با قرار دادن روابط (۳۴) تا (۳۷) در دو رابطه اول یعنی (۳۲) و (۳۳)، دو معادله با دو متغیر V_1 و V_2 بدست می آید که به شکل کلی زیر خواهد بود.

$$\begin{bmatrix} E_g \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (۳۸)$$

با حل معادله (۳۸) متغیرهای V_1 و V_2 ، و در نتیجه سایر ولتاژها و جریان های سیگنال کوچک مدار (ناشی از نویز) بدست می آیند. بنابراین پس از محاسبه ولتاژ V_1 ، ولتاژ روی بار 50 اهم در خروجی از رابطه زیر بدست می آید:

$$V_{load} = \frac{50}{Z_l} V_1 \quad (۳۹)$$

نکته مهمی که باید به آن توجه کنیم این است که در تمام روابط فوق هر کدام از بردارهای ولتاژ و جریان ماتریس هایی هستند که در سه فرکانس $\omega_0, \omega_0 - \Omega$ و $\omega_0 + \Omega$ نوشته می شوند، چون هدف ما پیدا کردن ولتاژهای باند کناری رویار است. بنابراین در روابط بالا امپدانس ها نیز به شکل ماتریس های قطری خواهند بود و شکل کلی آنها و ماتریس w به صورت زیر است:

دست می آیند. در مرحله دوم باید ماتریس تبدیل عناصر غیرخطی را با توجه به ولتاژ سیگنال بزرگ دو سر آنها، مطابق آنچه در بخش ۲ بیان شد، محاسبه کنیم. از این مرحله به بعد مدار به یک مدار خطی ولی متغیر با زمان تبدیل می شود. یعنی با داشتن اطلاعات آماری نویز و یا رابطه ریاضی آن، نویز را به شکل یک منبع سیگنال کوچک وارد مدار می کنیم و با داشتن مدل پارامتری، ولتاژهای کناری نویز یعنی V_U و V_L را به دست می آوریم. و در نهایت با جایگزینی مقادیر فوق در معادلات (۲۹) و (۳۱) طیف نویز فاز و نویز دامنه را به دست می آوریم.

برای بررسی و آنالیز تقسیم کننده فرکانس ترانزیستور MESFET NE900175 انتخاب و مدل غیرخطی Statz [۵] که پارامترهای آن در زیر داده شده، در نظر گرفته شده است [۶]:

$$\begin{array}{llll} b = 0 & \lambda = 0.1 & V_t = -3.2 \text{ v} & \beta = 0.02 \\ R_{in} = 2 \Omega & R_d = 3 \Omega & R_g = 2 \Omega & R_s = 2 \Omega \\ C_{gs0} = 0.6 \text{ pF} & C_{gd0} = 0 & V_b = 1 & VBR = 0 \\ \delta = 0.2 & FC = 0.5 & \alpha = 2 & \end{array}$$

با اجرای یک برنامه Matlab که به همین منظور نوشته شده است، ولتاژ خروجی و نیز ولتاژهای فرمان عناصر غیرخطی C_{gs} و I_{ds} به دست می آیند. سپس ماتریس های تبدیل C_{gs} و I_{ds} با توجه به ولتاژهای دو سر آنها یعنی V_{ds} و V_{gs} محاسبه می شوند. چون I_{ds} و C_{gs} به هر دو ولتاژ وابستگی دارند، هر کدام دارای دو ماتریس تبدیل هستند که یک از آنها با گرفتن تبدیل فوریه نسبت به متغیر V_{gs} و دیگری با گرفتن تبدیل فوریه نسبت به متغیر V_{ds} به دست می آید. اگر $[C_{gs1}]$ و $[C_{gs2}]$ به ترتیب ماتریس های تبدیل C_{gs} نسبت به متغیرهای V_{gs} و V_{ds} باشند، و $[G_{Id1}]$ و $[G_{Id2}]$ نیز به ترتیب ماتریس های تبدیل I_{ds} نسبت به V_{gs} و V_{ds} باشند، می توانیم در مدار تقسیم کننده به جای عناصر غیرخطی C_{gs} و I_{ds} معادل سیگنال کوچک آنها یعنی ماتریس های تبدیل آنها را قرار دهیم (شکل ۴).

در اینجا $Z_L(\omega)$ و $Z_{in}(\omega)$ امپدانس های تطبیق در ورودی و خروجی هستند که به ترتیب شامل مقاومت 50 اهم ژنراتور ورودی و مقاومت 50 اهم بار خروجی نیز می باشند. همچنین منبع نویز عنصر فعال است که آن را بلافاصله قبل از مدل ترانزیستور قرار می دهیم. چون مدار ما یک تقسیم کننده فرکانس regenerative است،

۵- نتیجه گیری

در این مقاله، آنالیز نویز برای یک نمونه تقسیم کننده فرکانس از نوع regenerative تشریح شد. مراحل آنالیز نویز را می توان به طور خلاصه به شکل زیر بیان کرد:

- ۱- انتخاب مدل غیرخطی مناسب برای قطعه فعال که در اینجا از مدل statz استفاده شد.
- ۲- اعمال روش توازن هارمونیک و به دست آوردن سیگنال های فرمان عناصر غیرخطی.
- ۳- محاسبه ماتریس تبدیل عناصر غیرخطی با توجه به سیگنال های فرمان به دست آمده از مرحله دوم.
- ۴- به دست آوردن ولتاژ نویز در هر باند کناری با اعمال شرایط مرزی و KVL و KCL بر روی مدار.
- ۵- محاسبه طیف قدرت نویز فاز و نویز دامنه از روابط (۲۹) و (۳۱).

همانطور که در شکل ۶ دیده می شود، در فرکانس های نزدیک به فرکانس نوسان، نویز فاز از اهمیت بیشتری برخوردار است و مقدار آن حدود ۲۰ dB از نویز دامنه بیشتر است. با دور شدن از فرکانس نوسان هر دو نویز فاز و دامنه با شیب ۳۰ dB در هر دهه کاهش می یابند. در فرکانس های دورتر از ۱۰ KHz نسبت به فرکانس نوسان، نویز فاز همچنان با نسبت ۲۰ dB در هر دهه کاهش می یابد در حالیکه نویز دامنه در این محدوده با شیب ۲۰ dB در هر دهه کاهش می یابد. از فرکانس ۱ MHz به بعد نیز نویز حرارتی نویز غالب خواهد بود که اثر آن نیز در شکل مشاهده می شود.

شکل ۷، مقدار نویز فاز اندازه گیری شده در یک نمونه تقسیم کننده فرکانس اقتباس شده از مرجع [۱۱] را نشان می دهد. این منحنی فقط به منظور نمایش مقدار نوعی نویز فاز ارائه شده است. باید توجه داشت که هم توپولوژی مدار، هم مدل ترانزیستور و فرکانس کار با مدار ذکر شده در مقاله متفاوت می باشد. در این مقاله، بیشتر آنالیز نویز تقسیم کننده مطرح بوده است و برای مقایسه با نتایج شبیه سازی، ساخت مدار و اندازه گیری نویز فاز آن ضروری می باشد.

فهرست علائم

(۸)	C: ماتریس تبدیل ظرفیت
(۶)	c: ظرفیت لحظه ای
	E_g : چگالی ولتاژ نویز
(۴۳)	
(متن)	هرتز
	f: فرکانس

$$[W] = \begin{bmatrix} -(\omega_0 - \Omega) & 0 & 0 \\ 0 & \Omega & 0 \\ 0 & 0 & (\omega_0 + \Omega) \end{bmatrix}$$

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z^*(\omega_0 - \Omega) & 0 & 0 \\ 0 & Z(\Omega) & 0 \\ 0 & 0 & Z(\omega_0 + \Omega) \end{bmatrix} \quad (40)$$

همچنین ماتریس های تبدیل در اینجا ماتریس های 3×3 خواهند بود:

$$[G] = \begin{bmatrix} g_0 & g_1^* & g_2^* \\ g_1 & g_0 & g_1^* \\ g_2 & g_1 & g_0 \end{bmatrix} \quad [C] = \begin{bmatrix} C_0 & C_1^* & C_2^* \\ C_1 & C_0 & C_1^* \\ C_2 & C_1 & C_0 \end{bmatrix} \quad (41)$$

با توجه به نکات بالا، ولتاژ بار بدست آمده در خروجی به شکل زیر خواهد بود:

$$V_{load} = \begin{bmatrix} V_l \\ V_\Omega \\ V_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{load}(\omega_0 - \Omega) \\ V_{load}(\Omega) \\ V_{load}(\omega_0 + \Omega) \end{bmatrix} \quad (42)$$

که V_l و V_u همان ولتاژ باندهای کناری مورد نیاز برای محاسبه نویزهای فاز و دامنه در روابط (۲۷) هستند. همچنین ماتریس منبع نویز E_g برابر است با:

$$E_g = \begin{bmatrix} 0 \\ E_g(\Omega) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (43)$$

که E_g برای تقسیم کننده فرکانس به صورت جمع دو نویز $1/f$ و نویز حرارتی در نظر گرفته می شود. در اینجا برای بررسی نویز در خروجی، E_g را مطابق شکل ۵ در نظر می گیریم. رابطه تحلیلی که برای مقدار نوعی نویز $1/f$ در نظر گرفته شده است برابر $E_g(f) = \frac{10^{-5}}{\sqrt{f}}$ و یا $E_g^2(f) = \frac{10^{-10}}{f}$ می باشد [۱۲]. با اعمال ورودی نویز فوق به برنامه Matlab مربوطه، نویزهای فاز و دامنه در خروجی بدست می آیند که در شکل ۶ نشان داده شده اند.

رادیان بر ثانیه (۱)

فرکانس زاویه ای ω

(۵)

G: ماتریس تبدیل کندوکتانس

(۱)

مهو

g: کندوکتانس لحظه ای

زیر نویس ها

(۲)

آمپر

I: جریان

1- Homojunction

(۳۲)

اهم

R: مقاومت

2- Heterojunction

(۲۸)

dBc بر هرتز

S: چگالی قدرت نویز فاز

3- Conversion matrix

(۱)

ثانیه

t: زمان

4- Harmonic Balance

(۲)

ولت

V: ولتاژ

5 - Thermal Noise

(۳۲)

اهم

Z: امپدانس

6 - Shot noise

(۱۷)

رادیان

ϕ_0 : فاز

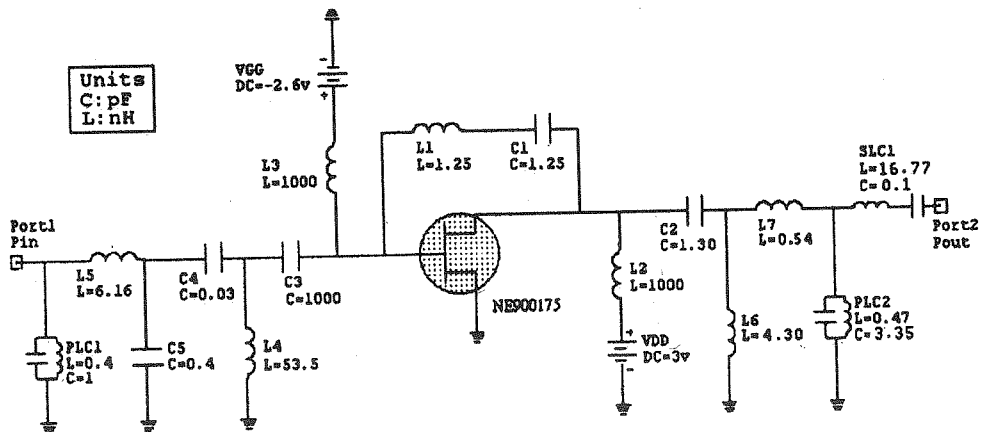
7- Diffusion noise

Ω : فاصله فرکانسی نسبت به فرکانس

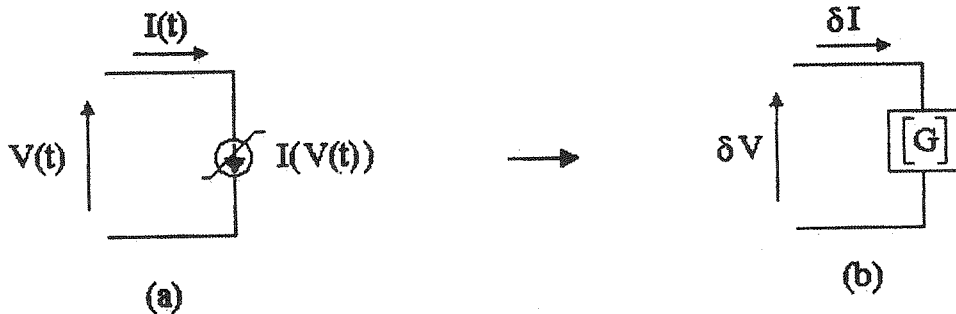
8- Generation - Recombination Noise

(۲۳) رادیان بر ثانیه

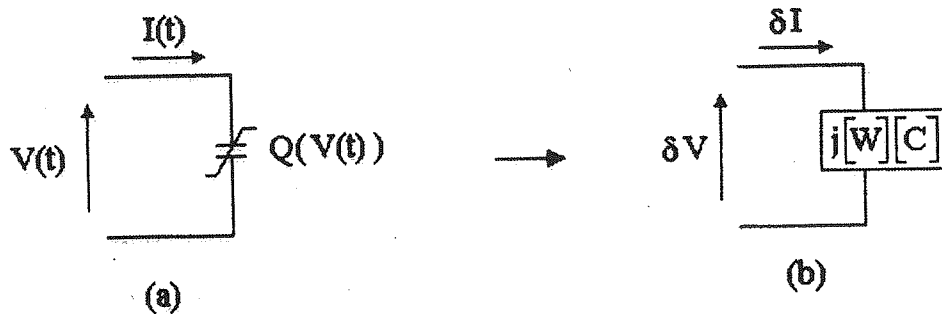
نوسان



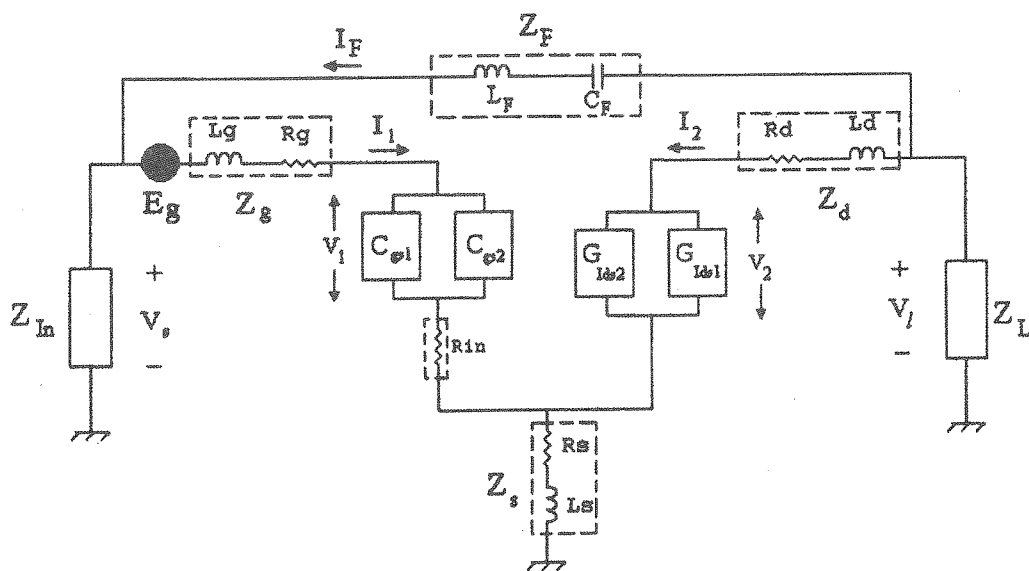
شکل (۱) شمای کلی تقسیم کننده فرکانس.



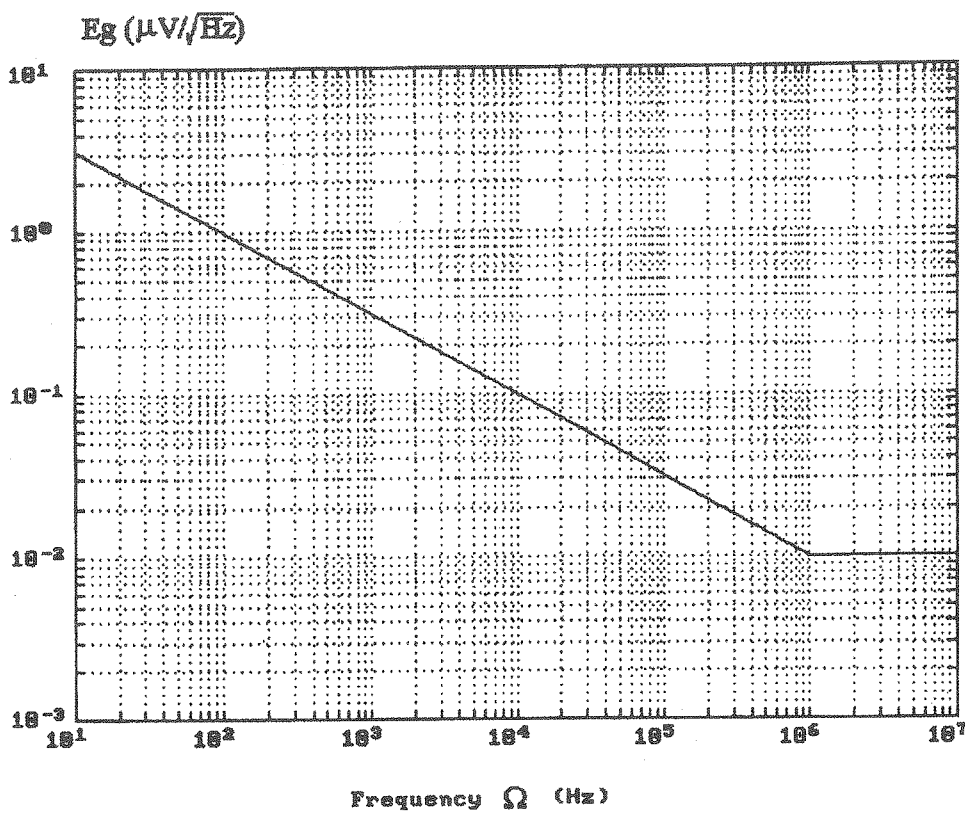
شکل (۲) مدل کندکتانس غیرخطی (a) سیگنال بزرگ (b) سیگنال کوچک (پارامتری).



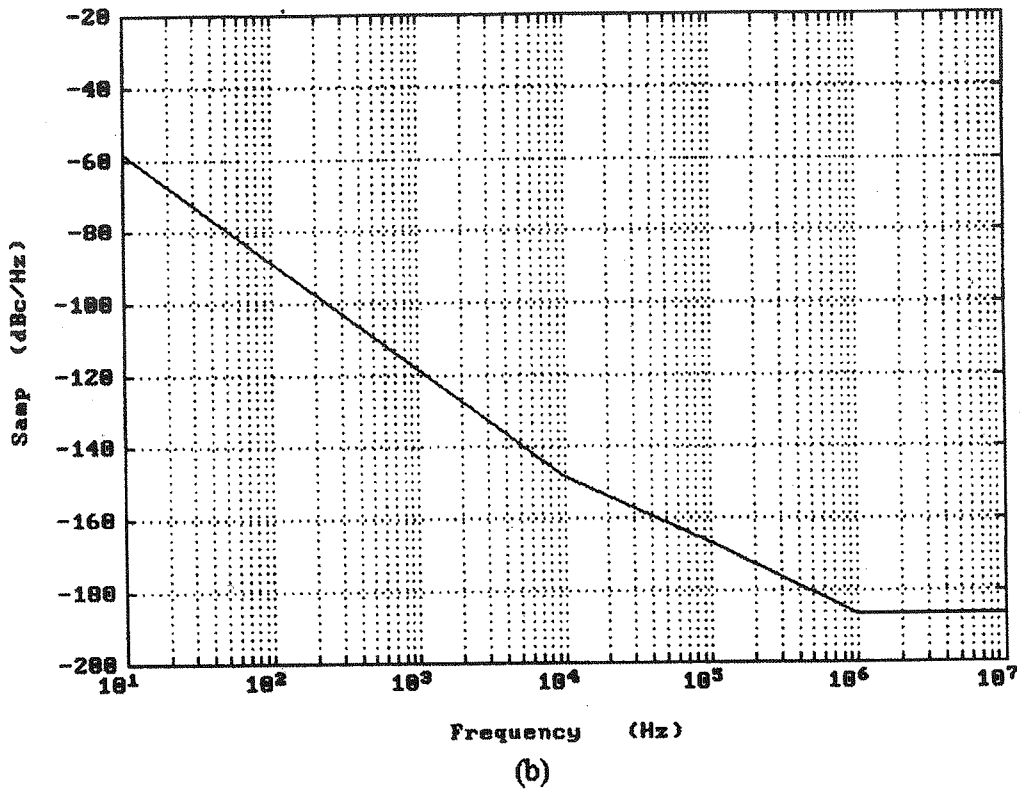
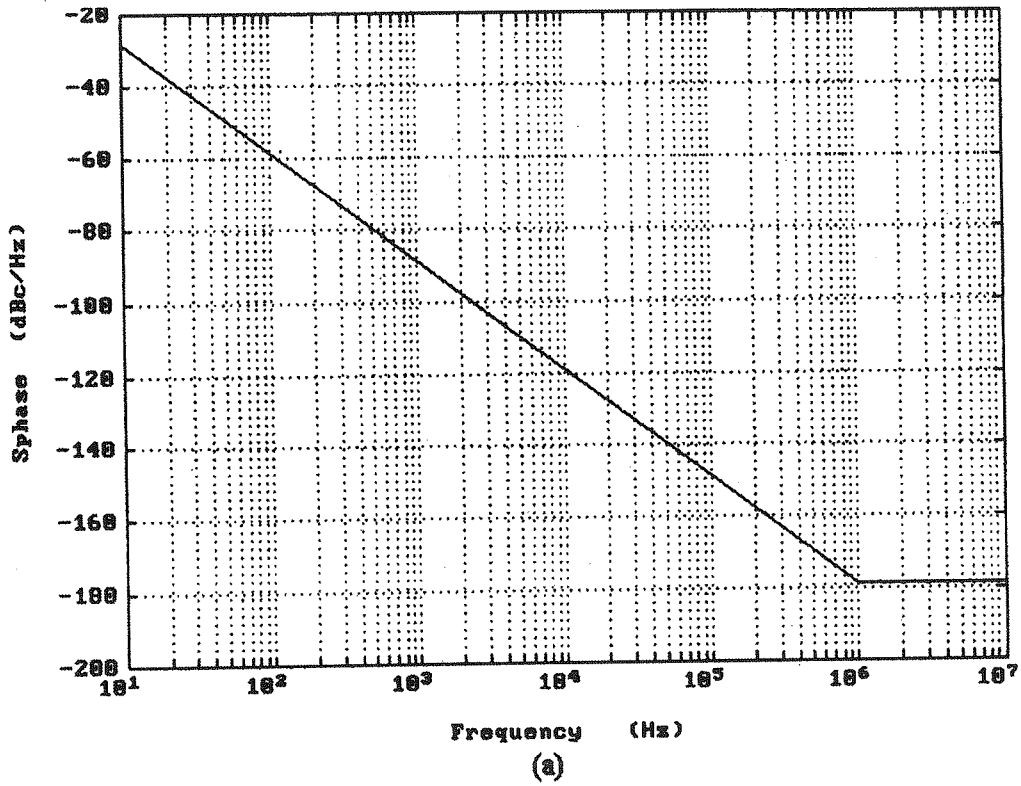
شکل (۳) مدل خازن غیرخطی (a) سیگنال بزرگ (b) سیگنال کوچک (پارامتری).



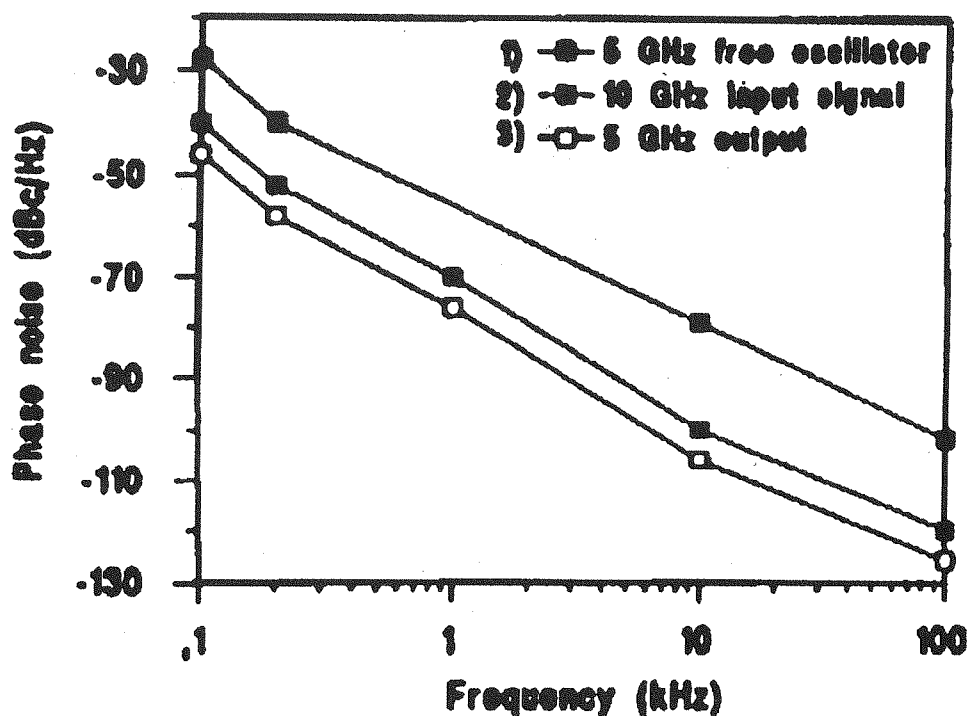
شکل (۳) مدار معادل سیگنال کوچک تقسیم کننده فرکانس برای آنالیز نویز.



شکل (۵) نویز $1/f$ به همراه نویز حرارتی در ورودی ترانزیستور.



شکل (۶) (a) طیف نویز فاز در خروجی تقسیم کننده فرکانس بر دو، برحسب میزان انحراف از فرکانس مرکزی (b) طیف نویز دامنه در خروجی تقسیم کننده.



شکل (۷) طیف نویز فاز اندازه گیری شده در ورودی و خروجی یک تقسیم کننده بر دو و نویز تقسیم کننده در حالت نوسانساز آزاد [۱۱].

مراجع

۱۳۷۸

- [1] Robertson, I. D., "MMIC Design", IEE Press, 1995.
- [2] Rauscher, C., "Regenerative Frequency Division With a GaAs FET", IEEE Trans. On Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-32, pp. 1451-1468, Nov. 1984.
- [3] Amine, H., et al, "New Approach to GaAs MES-FET Analog Frequency Dividers with Low Threshold Input Power and High Conversion Gain", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Dec. 1992, pp 2345-2351.
- [4] Kurokawa, K., "Noise in Synchronized Oscillators", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Apr. 1968.
- [5] Stutz, H., et al, "GaAs FET Device and Circuit Simulation in SPICE", IEEE Trans. Electron Device, Vol. ED34, No.2, pp. 160-168, Feb. 1987.
- [6] صفائی حائری، ن.، عبدی پور، ع.، آقایی نیا، ح.، «طراحی و آنالیز تقسیم کننده فرکانس در باند C مایکروویو»، مجموعه مقالات کنفرانس مهندسی برق ایران - مخابرات میدان و موج، اردیبهشت
- [7] Maas, S.A., "Nonlinear Microwave Circuits" Artech House, 1988.
- [8] Van der Ziel, A., "Noise in Solid State Devices and Circuits", John Wiley & Sons, 1986.
- [9] Penfield, P., "Circuit Theory of Periodically Driven Nonlinear System", Proceeding of the IEEE, Vol. 54, Feb. 1966.
- [10] Zhang, X., et al, "A theoretical and Experimental study of the noise behavior of subharmonically injection injection locked local oscillators", IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, Vol. 40, pp. 895-902, May. 1992.
- [11] Llopis, O., et al, "Analytical model of noise in analog frequency divider", IEEE MTT-s Digest, 1993.
- [12] Hassane, M., et al, "Outil de CAO pour l'étude des circuits autonomes non lineaires: determination de l'étal établi du spectre de bruit résultant" m annales des telecommunication's, No. 3-4, pp. 127-137, Mars/Avril 1990.