

# یک مدل مخلوط ساده برای سیالات با پیوند هیدروژنی براساس نظریه شیمیابی

حمید مدرس

استادیار

دانشکده مهندسی شیمی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

سید فؤاد آقامیری

استادیار

گروه مهندسی شیمی، دانشگاه اصفهان

غلامعلی منصوری

استاد

گروه مهندسی شیمی، دانشگاه ایلی نویز

حسن طوبی

پژوهشگر

گروه مهندسی شیمی، دانشگاه ایلی نویز

## چکیده

در این مقاله یک نظریه شیمیابی فراگیر برای یک سیال خالص که مولکول‌های آن قابلیت تشکیل پیوند هیدروژنی را دارند، ارائه شده و به گمک آن تابع توزیع گونه‌های ناشی از همبستگی شیمیابی<sup>۱</sup> به صورت تحلیلی به دست آورده می‌شود. این نظریه با مدل مخلوط وان در والس ترکیب و محاسبات تعادل مایع- بخار برای تعدادی مخلوط دوتایی الکل- هیدروکربن انجام می‌شود. نتایج حاصل بهبود قابل ملاحظه‌ای را نسبت به مدل وان در والس نشان می‌دهند.

## A Simple Mixture Model for Hydrogen-Bonded Fluids Based on Chemical Theory

S. F. Aghamiri

Assistant Professor

Chemical Engineering Department  
University of Isfahan

H. Modarress

Assistant Professor

Chemical Engineering Department  
Amirkabir University of Technology

G.A. Mansoori

Professor

Chemical Engineering Department  
University of Illinois at Chicago

H. Touba

Researcher

Chemical Engineering Department  
University of Illinois at Chicago

## Abstract

In this work a simple and generalized chemical theory is introduced for a pure associating fluid. Using this theory distribution function of associated species can be analytically obtained. This model is combined with the Van der Waals mixing model and VLE calculations have been done for Binary mixtures. The results demonstrate a significant improvement with respect to the Von der Waals

## ۱- مقدمه

آمدن گونه های تجمعی مولکولی شامل دو یا چند مولکول منفرد (مونومر) می گردد. در صورتی که به ازای هر مولکول از سیال خالص  $p$  حداقل دو مکان جهت پیوند هیدروژنی وجود داشته باشد، می توان تشکیل گونه های تجمعی مولکولی را توسط دسته معادلات زیر نشان داد [۱۱ و ۱۲]:

$$p_{i-1} + p_i \rightleftharpoons k_i \Rightarrow p_i \quad i = 2, 3, \dots \quad (1)$$

که  $p_i$  گونه تجمعی مولکولی شامل  $i$  مولکول منفرد از سیال خالص  $p$  بوده و  $K_i$  ثابت تعادل واکنش تشکیل گونه  $i$  تایی مطابق معادله (۱) می باشد. در حقیقت براساس معادله (۱)، یک سیال خالص همبسته یک مخلوط از گونه های حقیقی منفرد و یا بالاتر است. مجموع تعداد مول حقیقی این گونه ها با  $n_{\text{total}}^T$  نشان داده شده و به صورت زیر تعریف می گردد:

$$n_{\text{total}}^T = n_{\text{I}}^T + n_{\text{2}}^T + n_{\text{3}}^T + \dots = \sum_{i=1}^{L_a} n_i^T \quad (2)$$

که در آن  $n_i^T$  تعداد مول گونه  $p_i$  بوده و  $L_a$  نشان دهنده حد گسترش همبستگی شیمیایی در میان مولکول های  $P$  می باشد. همچنین کل تعداد مول موجود در سیستم در غیاب هر گونه همبستگی شیمیایی  $n_{\text{total}}^A$  که در واقع تعداد مول مولکول های منفرد  $p$  می باشد و به صورت زیر بیان می گردد:

$$n_{\text{total}}^A = n_{\text{I}}^A + 2n_{\text{2}}^A + 3n_{\text{3}}^A + \dots = \sum_{i=1}^{L_a} i n_i^A \quad (3)$$

در صورتی که طرفین روابط (۲) و (۳) بر  $n_{\text{total}}^T$  تقسیم شوند نتایج زیر به ترتیب به دست می آیند:

$$1 = X_{\text{I}}^T + X_2^T + X_3^T + \dots = \sum_{i=1}^{L_a} X_i^T \quad (4)$$

$$\frac{n_{\text{total}}^A}{n_{\text{total}}^T} = X_{\text{I}}^T + 2X_2^T + 3X_3^T + \dots = \sum_{i=1}^{L_a} i X_i^T \quad (5)$$

که در روابط فوق  $X_i^T$  کسر مولی حقیقی گونه  $p_i$  بوده و به صورت تعریف می گردد:

خواص ترمودینامیکی یک ماده خالص که پیوند هیدروژنی میان مولکول های آن برقرار است کاملاً متفاوت از موادی با جرم مولکولی مشابه ولی قادر پیوند هیدروژنی است [۱]. این مواد که سیالات همبسته نامیده می شوند، دارای فشار بخار بالا بوده و سبب امتزاج ناپذیری جزئی در مخلوط با موادی می شوند که قادر به تشکیل پیوندی هیدروژنی نیستند [۲]. نیروهای میان کنش ناشی از پیوند هیدروژنی که معمولاً به میان کنش شیمیایی شناخته می شوند، از میان کنش های فیزیکی و یا وان در والس قوی تر هستند [۱]. عبارت میان کنش شیمیایی اشاره به تشکیل گونه های مولکولی دارد که از کنار هم قرار گرفتن یا پیوستن تعدادی مولکول منفرد (مونومر) بوجود می آیند. تشکیل این گونه اولین بار توسط دولزالک [۳] مورد توجه قرار گرفت. بنابر نظریه وی رفتار غیر ایده ال سیال هایی با قابلیت تشکیل پیوند هیدروژنی در صورت دانستن نوع و مقدار گونه های ناشی از همبستگی شیمیایی قابل پیش بینی است. این نظریه که نظریه شیمیایی نامیده می شود توسط تعداد زیادی از محققین دنبال و توسعه یافته است [۱۰-۴].

در مقاله حاضر یک نگرش جامع از دیدگاه نظریه شیمیایی برای یک سیال خالص همبسته ارائه و معادلات به دست آمده در خصوص کسر مولی گونه های ناشی از همبستگی شیمیایی برای چند حالت خاص و به طور تحلیلی حل می شوند. این نتایج به منظور یافتن تابع توزیع گونه های ناشی از همبستگی شیمیایی به کار گرفته می شوند. در ادامه نظریه شیمیایی ارائه شده در این مقاله با مدل مخلوط وان در والس (که اساساً برای سیستم های است که در آن همبستگی شیمیایی وجود ندارد) ترکیب شده و نشان داده می شود در صورتی که یکی از سازندگان مخلوط، سیال همبسته باشد، روابط انرژی گیبس اضافی و معادلات ضرایب اکتیویته چگونه تغییر می کنند. در فصل پنجم با استفاده از روابط به دست آمده در این مقاله محاسبات تعادل مایع - بخار برای ۹ مخلوط دوتایی الکل - هیدروکربن انجام می گیرد.

## ۲- نظریه شیمیایی همبستگی مولکولی (پیوند هیدروژنی)

مطابق نظریه شیمیایی وجود پیوند هیدروژنی (همبستگی شیمیایی) در یک سیال خالص سبب پدید

خاص لازم است کمیت  $\gamma_i^i / \gamma_i^1$  مطالعه شود. این کمیت در حالت کلی تابع درجه حرارت و فشار سیستم علاوه بر کسرهای مولی گونه‌های حقیقی موجود در سیستم است. از آنجایی که در یک سیال خالص کسر مولی گونه‌های موجود تابعی از درجه حرارت و فشار سیستم می‌باشد، می‌توان نتیجه گرفت که نسبت  $\gamma_i^i / \gamma_i^1$  نیز تنها تابعی از درجه حرارت و فشار سیستم بوده و با تابعی به صورت زیر می‌تواند نشان داده شود:

$$\gamma_i^i / \gamma_i^1 \equiv \Lambda^{i-1} (T, P) \quad (11)$$

**۱-۲- مدل گونه منفرد- گونه دوقایی (La=2)**  
در این حالت تنها یک ثابت تعادل ( $k_2$ ) داریم و فقط گونه‌های دوتایی تشکیل می‌گردند. بنابر این معادلات (۹) و (۱۰) بعد از ترکیب با معادله (۱۱) به ترتیب به صورت زیر ساده می‌گردند:

$$X^T_1 + k_2(T) \Lambda(T, P) [X^T_1]^2 = 1 \quad (12)$$

$$n^A_{\text{total}} / n^T_{\text{total}} = X^T_1 + 2k_2(T) \Lambda(T, P) [X^T_1]^2 \quad (13)$$

معادله (۱۲) را می‌توان برای  $X^T$  حل نمود که پاسخ زیر را به ما خواهد داد:

$$X^T_1 = \{-1 + [4k_2(T) \Lambda(T, P)]^{1/2}\} / [2k_2(T) \Lambda(T, P)] \quad (14)$$

از ترکیب روابط (۸)، (۱۱) و (۱۴) کسر مولی گونه دوتایی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$X^T_2 = \{-1 + [1 + 4k_2(T) \Lambda(T, P)]^{1/2}\}^2 / [4k_2(T) \Lambda(T, P)] \quad (15)$$

هم چنین با جایگذاری معادله (۱۴) در معادله (۱۳) نسبت  $n^A_{\text{total}} / n^T_{\text{total}}$  به شرح زیر به دست می‌آید:

$$n^A_{\text{total}} / n^T_{\text{total}} = \{0.5 + [0.25 + k_2(T) \Lambda(T, P)]^{1/2}\}_1^i + [1 + 4k_2(T) \Lambda(T, P)]^{1/2} / 2k_2(T) \quad (16)$$

مدل فوق در بررسی رفتار اسیدهای کربوکسیلیک به

$$X^T_i = n^T_i / n^T_{\text{total}} \quad (6)$$

نسبت  $n^A_{\text{total}} / n^T_{\text{total}}$  معیاری از گسترش همبستگی شیمیایی در سیستم است. این نسبت در غیاب هرگونه همبستگی شیمیایی (La=1) برابر با واحد بوده و در حالت همبستگی کامل (La → ∞) به سمت بی‌نهایت می‌کند.

ثابت تعادل دست واکنش (۱) بر حسب کسر مولی گونه‌های شرکت کننده در تعادل به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$K_i = X^T_i \gamma_i^i / (X^T_{i+1} \gamma_{i+1}^1 X^T_1 \gamma_1^1) \quad i = 1, 2, \dots, La \quad (7)$$

که  $\gamma_i^i$  ضریب فعالیت شیمیایی گونه  $i$  است. از ترکیب معادلات (۱) و (۷) و بازآرایی آنها و تعمیم معادله حاصل روی تمام گونه‌های موجود می‌توان کسر مولی حقیقی گونه  $i$  را به صورت زیر به دست آورد:

$$X^T_i = \prod_{j=2}^{i-1} (K_j) (X^T_1 \gamma_1^1)^i / \gamma_i^i \quad i = 1, 2, \dots, La \quad (8)$$

با قرار دادن معادله (۸) در (۴) و (۵) روابط زیر به ترتیب به دست می‌آیند:

$$\sum_{i=1}^{La} \left[ \prod_{j=2}^{i-1} (K_j) (X^T_1 \gamma_1^1)^i / \gamma_i^i \right] = 1 \quad (9)$$

$$n^A_{\text{total}} / n^T_{\text{total}} = \sum_{i=1}^{La} i \cdot \left[ \prod_{j=2}^{i-1} (K_j) (X^T_1 \gamma_1^1)^i / \gamma_i^i \right] \quad (10)$$

با دانستن چگونگی تغییرات کمیت‌های  $\gamma_i^i / \gamma_i^1$  و  $K_i$  با درجه همبستگی شیمیایی (تعداد مونومرهای موجود در هر گونه) می‌توان معادله (۹) و (۱۰) را برای  $X^T$  و نسبت  $n^A_{\text{total}} / n^T_{\text{total}}$  حل نمود. حل این معادلات در حالت کلی و بدون یاری جستن از فرض‌های ساده کننده، به صورت عددی میسر می‌باشد.

از آنجایی که ما علاقمند به پاسخ‌های تحلیلی هستیم، در آنچه که به دنبال می‌آید، تعدادی از حالت‌های خاص و مهم که امکان حل تحلیلی معادلات (۹) و (۱۰) وجود دارد بررسی می‌گردند. قبل از پرداختن به این حالت‌های

نشان داده است که گونه سه تایی، گونه غالب در مخلوط های الکل - هیدروکربن است [۱۴].

### ۲-۳- مدل ثابت های تعادل برابر ( $K_2 = K_3 = \dots K_j = K$ )

معادلات (۹) و (۱۰) برای مواردی که حد همبستگی (La) بزرگتر از ۳ است، می توانند به روش های ارائه شده در فوق حل شوند. یک حالت خاص آن است که تمامی ثابت های تعادل با هم برابر باشند. در این صورت معادلات (۹) و (۱۰) به شکل زیر ساده می شوند:

$$1 = \sum_{i=1}^{La} [K(T) \Lambda(T, P)]^{i-1} (X^T)_i \quad (22)$$

$$n^A_{\text{total}} / n^T_{\text{total}} = \sum_{i=1}^{La} i \cdot [K(T) \Lambda(T, P)]^{i-1} (X^T)_i^i \quad (23)$$

معادله (۲۲) برای  $X^T$  می تواند حل شده و پاسخ زیر را خواهد داد:

$$X^T_1 [1 - (\kappa X^T_1)^{La}] / (1 - \kappa X^T_1) = 1 \quad (24)$$

که برای سادگی  $\kappa \equiv K(T) \Lambda(T, P)$  در نظر گرفته شده است. در صورتی که حد همبستگی به سمت بینهایت میل کند ( $La \rightarrow \infty$ ) معادله (۲۴) برای  $X^T$  به شکل زیر ساده تر می گردد:

$$X^T_1 = 1 / (1 + \kappa) \quad (25)$$

و در این حالت نسبت  $n^A_{\text{total}} / n^T_{\text{total}}$  به شرح زیر به دست می آید:

$$n^A_{\text{total}} / n^T_{\text{total}} = 1 + \kappa \quad (26)$$

لازم به ذکر است در استخراج معادله (۲۵)  $(\kappa X^T_1)$  را فرض شده است باشد.

به عنوان یک نتیجه مهم از مدل فوق، تابع توزیع گونه های حقیقی پدید آمده از همبستگی شیمیایی (پیوند هیدروژنی) را می توان محاسبه کرد، که در بخش بعد به آن می پردازیم.

ویژه اسید استیک کاربرد دارد. بررسی های تجربی بخار اسید استیک نشان داده است که گونه دوتایی گونه غالبی است که در اثر پیوند هیدروژنی در میان مولکول های اسید استیک تشکیل می گردد [۱۳].

### ۲-۲- مدل گونه منفرد - گونه دوتایی - گونه سه تایی (La = ۳)

در این حالت دو ثابت تعادل  $K_2$  و  $K_3$  را داریم که می توانند مستقل از هم یا وابسته به یکدیگر باشند. از ترکیب روابط (۹) و (۱۰) با معادله (۱۱) و قرار دادن  $La = 3$  در دو معادله اول، نتایج زیر به ترتیب حاصل می شوند:

$$1 = X^T_1 + K_2(T) \Lambda(T, P) [X^T_1]^2 + K_2(T) K_3(T) [\Lambda(T, P) X^T_1]^2 X^T_1 \quad (17)$$

$$n^A_{\text{total}} / n^T_{\text{total}} = X^T_1 + 2K_2(T) \Lambda(T, P) [X^T_1]^2 + 3K_2(T) K_3(T) [\Lambda(T, P) X^T_1]^2 X^T_1 \quad (18)$$

که با حل معادله (۱۷)، کسر مولی حقیقی گونه منفرد  $X^T_1$ ، به شکل زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} X^T_1 &= (3K_3 \Lambda) [(K_3 / K_2) [4.5 + 13.5 K_3 \Lambda] - 2 \\ &+ \sqrt{4 [3(K_3 / K_2) - 1]^3 + [9(K_3 / K_2) + 27 K_3 \Lambda (K_3 / K_2) - 2]^2}]^{1/3} \\ &+ [(K_2 / K_3) [4.5 + 13.5 K_3 \Lambda] - 2 \\ &- \sqrt{4 [3(K_3 / K_2) - 1]^3 + [9(K_3 / K_2) + 27 K_3 \Lambda (K_3 / K_2) - 2]^2}]^{1/3} - 1 \end{aligned} \quad (19)$$

از ترکیب معادله (۸) با معادله (۱۱) می توان کسر مولی گونه های دوتایی و سه تایی را مطابق زیر به دست آورد:

$$X^T_2 = K_2(T) \Lambda(T, P) [X^T_1]^2 \quad (20)$$

$$X^T_3 = K_2(T) K_3(T) [\Lambda(T, P) X^T_1]^2 X^T_1 \quad (21)$$

که در روابط فوق  $X^T$  با معادله (۱۹) داده می شود. همچنین با جایگذاری معادله (۱۹) در معادله (۱۸) نسبت  $n^A_{\text{total}} / n^T_{\text{total}}$  به دست می آید. مدل فوق در بررسی رفتار الكل های خطی کاربرد دارد. اندازه گیری های تجربی

### ۴-تابع توزیع گونه های همبسته

ترکیب درصد گونه های حقیقی پدید آمده از همبستگی شیمیایی هنگامی که درجه همبستگی عدد بزرگی باشد، می تواند با یک تابع توزیع  $\chi(I)$  نشان داده شود که در آن  $(I)$  درجه همبستگی شیمیایی است  $[15]$  و  $[16]$ . این تابع توزیع باید شرط زیر را دارا باشد:

$$\int_0^{\infty} \chi(I) dI = 1 \quad (27)$$

برای سیستمی که همبستگی شیمیایی آن با دسته معادلات  $(1)$  نشان داده می شود، شکل زیر را می توان برای  $\chi(I)$  معرفی کرد  $[11]$ :

$$\chi(I) = \chi_0 \kappa^I [X_1^T]^{I+1} \quad (28)$$

که در آن  $\chi_0$  عامل بهنجارش بوده و با استفاده از معادله  $(27)$  محاسبه می گردد. با استفاده از معادلات  $(25)$ ،  $(27)$  و  $(28)$  می توان عبارت زیر را برای  $(I)$  به دست آورده:

$$\chi(I) = -\ln [\kappa / (1 + \kappa)] [\kappa / (1 + \kappa)]^I \quad (29)$$

به عنوان کاربرد مطالب ارائه شده در این مقاله، در بخش بعد، مدل مخلوط واندروالس برای سیستم های غیر همبسته به سیستم های دوتایی گسترش خواهیم داد که در آنها یک سازنده سیال همبسته بوده (مولکول های آن توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی با یکدیگر را دارند) و سازنده دیگر غیر همبسته می باشد.

### ۵-مدل مخلوط واندر والس

تابع گیبس اضافی برای یک مخلوط دوتایی براساس مدل مخلوط واندروالس به شکل زیر نوشته می شود  $[17]$ :

$$G^E = \sum_{p=1}^2 X_p^A a_{pp} / b_{pp} - a_m / b_m \quad (30)$$

که  $a_{pp}$  و  $b_{pp}$  پارامترهای معادله حالت واندروالس برای سازنده  $P$  می باشند. همچنین  $a_m$  و  $b_m$  پارامترهای معادله حالت واندروالس برای مخلوط هستند که اگر از پارامترهای بر هم کنش نایکسان صرف نظر شود، توسط معادلات زیر داده می شوند  $[18]$ :

$$a_1(I) = a_0 \quad (31)$$

$$b_1(I) = b_0^{1/3} I \quad (32)$$

در صورتی که یکی از سازندهای این مخلوط (به طور مثال سازنده شماره  $1$ ) توانایی همبسته شدن را داشته باشد، مطابق نظریه همبستگی شیمیایی آن را باید یک مخلوط از گونه های حقیقی در نظر گرفت. در این حالت پارامترهای  $a_{11}$  و  $b_{11}$  در واقع بیانگر پارامترهای یک مخلوط بوده و می توانند توسط معادلات اختلاط واندروالس به روش زیر به پارامترهای گونه های حقیقی (گونه های پدید آمده بر اثر پیوند هیدروژنی) ربط داده شوند:

$$a_{11} = \left( \sum_{i=1}^{La} x_i^T a_{ii}^{1/2} \right)^2 \quad (33)$$

$$b_{11} = \sum_{i=1}^{La} x_i^T b_{ii} \quad (34)$$

که  $x_i^T$ ،  $a_{ii}$  و  $b_{ii}$  به ترتیب کسر مولی حقیقی و پارامترهای معادله حالت واندر والس برای گونه حقیقی  $i$  تایی می باشند. اگر حد همبستگی شیمیایی در این سیال،  $La$ ، به سمت بی نهایت میل کند،  $x_i^T$  می تواند با تابع توزیع  $(I)$   $\chi$  جایگزین شود. در نتیجه معادلات  $(33)$  و  $(34)$  به شکل زیر در می آیند:

$$a_{11} = \left( \int_0^{\infty} \chi(I) a_1(I)^{1/2} \right)^2 \quad (25)$$

$$b_{11} = \int_0^{\infty} \chi(I) b_1(I) \quad (36)$$

در مورد ارتباط میان  $(I)_1$  و  $(I)_2$  با درجه همبستگی شیمیایی میان مولکول های سازنده  $1$ ، هیچ گونه داده های تجربی در دسترس نیست. لذا به عنوان یک فرض می توان روابط زیر را پیشنهاد داد:

$$a_1(I) = a_0 \quad (37)$$

$$b_1(I)^{1/3} = b_0^{1/3} I \quad (38)$$

که  $a_0$  و  $b_0$  پارامترهای واندروالس برای گونه منفرد (مونومر) سازنده  $1$  می باشند. با جایگذاری معادلات

که در روابط فوق

$$A_{12} = (b_{11} / RT) [(a_{11})^{1/2} / b_{11} - (a_{22})^{1/2} / b_{22}]^2 \quad (45)$$

$$A_{21} = (b_{22} / RT) [(a_{11})^{1/2} / b_{11} - (a_{22})^{1/2} / b_{22}]^2 \quad (46)$$

معادلات (۴۳) و (۴۴) به نام معادلات وانلار (van Laar) شناخته می‌شوند [۲۰]. در این بخش ۹ مخلوط دوتایی از الكل - هیدروکربن (الکل سیال همبسته است) برای محاسبه و مقایسه با داده‌های تجربی انتخاب می‌شوند. داده‌های تجربی تعادلی مخلوط و فشار بخار خالص سازندگان از مرجع [۲۱] انتخاب شده‌اند. نتایج محاسبات جدول (۱) تا (۶) آورده شده‌اند. این نتایج به صورت متوسط خطای مطلق در محاسبه فشار کل ( $\Delta P$ ) و متوسط خطای مطلق در محاسبه کسر مولی سازندگان (۱) در فاز بخار ( $\Delta y_1^A$ ) در مقایسه با مقادیر تجربی می‌باشند. این مقادیر خطای شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$\Delta P = (1/n_d) \sum n_d (P_{\text{exp}} - P_{\text{calc}}) \quad (47)$$

$$\Delta y_1^A = (1/n_d) \sum n_d (y_{1\text{exp}}^A - y_{1\text{calc}}^A) \quad (48)$$

$n_d$  تعداد نقاط تجربی است برای هر همدم است. هم‌چنین در این جدول ها نتایج مدل واندر والس برای یک مخلوط بدون در نظر گرفتن همبستگی شیمیایی میان مولکول‌های الكل ارائه شده است. مشاهده می‌شود که نتایج محاسبه شده براساس مدل پیشنهادی به نحو قابل ملاحظه‌ای نسبت به مدل واندر والس دقیق‌تر هستند. باید توجه کرد در محاسبه ثابت‌های واندر والس ( $a_{11}$ ،  $b_{11}$ ، برای سازندگان همبسته (الکل) ما نیاز به پارامتر ۲ داریم که با معادله (۴۱) داده شده است. در صورت وجود داده‌های تجربی قابل اعتماد برای ( $T$ ,  $K$  و  $P$ ) این پارامتر قابل محاسبه است. در هر حال به دلیل عدم در دسترس بودن چنین داده‌هایی، پارامتر ۲ به کمک داده‌های تعادلی تجربی به دست آورده می‌شود. در جدول (۱۰) مقادیر عددی این پارامتر برای سازندگان های همبسته به کار رفته در این محاسبات آورده شده‌اند. تغییرات جزئی مقادیر محاسبه شده برای ۲ از یک مخلوط به مخلوط دیگر (وقتیکه برای هردو مخلوط‌ها سیال همبسته یکسان است) می‌تواند به عدم دقت مدل واندر والس ربط داده شود. همچنین معادله (۴۱)

(۳۷) و (۳۸) در روابط (۳۵) و (۳۶) و نوشتمن مجدد روابط حاصل در دمای بحرانی سازندگان ۱، نتایج زیر برای  $a_{11}$  و  $b_{11}$  به دست آورده می‌شوند [۱۱ و ۱۹].

$$a_{11} = a_{1c} \quad (39)$$

$$b_{11} = b_{1c} \gamma^3 \quad (40)$$

که  $a_{1c}$  و  $b_{1c}$  پارامترهای واندر والس برای سازندگان ۱ در نقطه بحرانی (با فرض عدم وجود پیوند هیدروژنی) بوده و ۲ پارامتری است که به شکل زیر تعریف می‌گردد:

$$\gamma = \ln [\kappa_c / (1 + \kappa_c)] / \ln [\kappa / (1 + \kappa)] \quad (41)$$

که  $\kappa_c \equiv \kappa_c (T_c, P_c)$ ، و با جایگذاری  $a_{11}$  و  $b_{11}$  به ترتیب از معادلات (۳۹) و (۴۰) در معادلات (۳۰) - (۳۲)، انرژی اضافی گیبس مولی برای یک مخلوط دو تایی که در آن سازندگان ۱ سیال همبسته است، محاسبه می‌شود. کارآیی این بحث در بخش بعدی این مقاله با انجام محاسبات تعادلی مایع - بخار (VLE) برای تعدادی سیستم دوتایی که در آنها سازندگان ۱ سیال همبسته است، نشان داده خواهد شد.

## ۵- محاسبات

در دسترس ترین داده‌های تجربی برای مخلوط‌ها، داده‌های تعادلی مایع - بخار (VLE) در فشار کم می‌باشند [۲۱]. شرایط تعادل بین فازهای مایع و بخار برای یک مخلوط دوتایی در دمای معین و فشارهای کم به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$X_1^A \gamma_1 P^0_1 = y_1^A P \quad ; \quad X_2^A \gamma_2 P^0_2 = y_2^A P \quad (42)$$

که در آنها  $P$  فشار کل مخلوط بوده و  $y_1^A$  و  $y_2^A$  کسرهای مولی سازندگان ۱ و ۲ به ترتیب در فاز مایع و بخار می‌باشند ( $p = ۱$  و  $۲$ ). همچنین  $\gamma_1$  و  $\gamma_2$  به ترتیب ضرایب فعالیت شیمیایی سازندگان ۱ و ۲ هستند که از معادله (۳۰) به دست آورده می‌شوند [۱۹].

$$\gamma_1 = \exp \left\{ A_{12} / \left[ 1 + (A_{12} / A_{21}) (x_1^A / x_2^A) \right]^2 \right\} \quad (43)$$

$$\gamma_2 = \exp \left\{ A_{21} / \left[ 1 + (A_{21} / A_{12}) (x_2^A / x_1^A) \right]^2 \right\} \quad (44)$$

## حروف یونانی

ضریب فعالیت شیمیایی	γ
به توضیح معادله (۲۴) مراجعه گردد.	κ
با معادله (۱۱) تعریف می شود.	λ
تابع توزیع گونه های ناشی از همبستگی شیمیایی	χ

## بالانویس‌ها

A	خاصیتی که با فرض عدم وجود هرگونه پیوند هیدروژنی اندازه‌گیری با محاسبه می‌شود.
T	خاصیتی که مربوط به گونه های حقیقی تشکیل شده در اثر پیوند هیدروژنی است.

جدول (۱) مخلوط دوتایی مтанول (۱)- تراکلوروکربن (۲)

کار حاضر		مدل واندروالس		$n_d$	$T ({}^\circ C)$
$\Delta y^A 1$	$\Delta P$	$\Delta y^A 1$	$\Delta P$		
[ ]	[mmHg]	[ - ]	[mmHg]		
n.a.	۸/۲	n.a.	۴۷/۷	۲۸	۲۰
۰/۰۳۶۶	۸۱/۲	۰/۱۷۲۲	۱۰۰/۵	۹	۲۵
n.a.	۱۶/۱	n.a.	۱۱۴/۲	۲۴	۴۰
۰/۰۳۰۲	۲۲/۹	۰/۲۴۹۷	۲۲۷/۷	۶	۵۵

تعداد کل داده های تجربی = ۶۷

داده های تجربی در دسترس نبود = n.a.

جدول (۲) مخلوط دوتایی مтанول (۱)- سیکلوهگزان (۲)

کار حاضر		مدل واندروالس		$n_d$	$T ({}^\circ C)$
$\Delta y^A 1$	$\Delta P$	$\Delta y^A 1$	$\Delta P$		
[ - ]	[mmHg]	[ - ]	[mmHg]		
۰/۰۴۹۲	۲۷/۶	۰/۲۵۵۸	۱۰۶/۱	۴	۲۵
۰/۰۴۲۳	۲۹/۶۴	۰/۲۲۷۴	۱۷۲/۱	۶	۴۵
۰/۰۴۴۸	۶۰/۲۴	۰/۱۹۸۰	۱۶۷/۶	۷	۵۰
۰/۰۵۹۷	۵۸/۲	۰/۲۷۰۴	۲۱۶/۵	۱۱	۵۵

تعداد کل داده های تجربی = ۲۸

وابستگی دمایی خفیفی را برای گذشتگی نشان می دهد که در نتایج جدول (۱۰) وجود ندارد، که این بدان دلیل است که داده های تجربی در محدوده باریکی از دما وجود داشته اند.

## ۶- نتیجه گیری

نظریه شیمیایی برای یک سیال خالص همبسته که پیوند هیدروژنی میان مولکول های آن وجود دارد، استفاده گردید و سپس به کمک معادلات کلی تعادلی و بقای جرم کسر مولی حقیقی گونه های ناشی از پیوند هیدروژنی به صورت تابعی از ثابت تعادل شیمیایی واکنش های زنجیره ای به دست آورده شد. برای سه حالت خاص حل تحلیلی معادلات کلی برای کسر مولی این گونه ها به همراه تابع توزیع آنها ارائه گردید. مدل مخلوط واندر والس با نظریه شیمیایی ارائه شده در این مقاله تلفیق و نتایج آن برای تعدادی از مخلوط های دوتایی الكل - هیدروکربن با مقادیر تجربی مقایسه گردید. با وجود سادگی مدل پیشنهادی نتایج حاصل بهبود قابل ملاحظه ای را نسبت به مدل واندر والس وقتی که اثر همبستگی شیمیایی در نظر گرفته نمی شود، نشان می دهد که بیانگر کارآئی نظریه شیمیایی ارائه شده در کار حاضر می باشد. به عنوان ادامه کار فوق مطالعه روی سیستم هایی که در آنها بیش از یک سازنده سیال همبسته است و همچنین مخلوط های بالاتر از دوتایی پیشنهاد می شود.

## نمادهای اختصاری

a , b	پارامترهای معادله واندر والس
G <sup>E</sup>	انرژی گیس اضافی
i	تعداد مونومرها در هر گونه ناشی از همبستگی شیمیایی
K	ثابت تعادل شیمیایی
La	حد همبستگی
n	تعداد مول
$n_d$	تعداد نقاط تجربی برای هر همدما در هر مخلوط
p	ماده
P	فشار کل
P <sup>0</sup>	فشار بخار
T	دما
x	کسر مولی

جدول (۶) مخلوط دوتایی آتانول (۱) - نرمال هگزان (۲)

کار حاضر		مدل واندروالس		$n_d$	T (oC)
$\Delta y^A_1$	$\Delta P$	$\Delta y^A_1$	$\Delta P$		
[ - ]	[ mmHg ]	[ - ]	[ mmHg ]		
- / ۰۲۸۴	۲ / ۲	- / ۱۲۷۴	۲۰ / ۵	۱۵	-
- / ۰۲۹۷	۲ / ۹	- / ۱۲۰۴	۳۲ / ۸	۱۹	۱۰
- / ۰۳۰۴	۳ / ۴	- / ۱۱۸۸	۵۲ / ۴	۱۹	۲۰
- / ۰۲۸۱	۳ / ۶	- / ۱۲۵۱	۷۸ / ۷	۱۹	۳۰
- / ۰۱۶۰	۸ / ۳	۱۲۹۳	۱۴۸ / ۵	۹	۴۵

تعداد کل داده های تجربی = ۸۱

جدول (۳) مخلوط دوتایی متانول (۱) - استون (۲)

کار حاضر		مدل واندروالس		$n_d$	T (oC)
$\Delta y^A_1$	$\Delta P$	$\Delta y^A_1$	$\Delta P$		
[ - ]	[ mmHg ]	[ - ]	[ mmHg ]		
- / ۰۱۶	۱ / ۹	- / ۰۲۸	۲ / ۷	۹	۲۰
- / ۰۰۸۷	۲ / ۵۲	- / ۰۱۷۲	۱۲ / ۴	۱۱	۲۵
- / ۰۰۸۷	۴ / ۰۱	- / ۰۲۹۲	۱۸ / ۳	۱۱	۴۵
- / ۰۰۸۷	۸ / ۵۴	- / ۰۱۵۲	۲۲ / ۲	۱۱	۵۵

تعداد کل داده های تجربی = ۴۲

جدول (۷) مخلوط دوتایی پروپانول (۱) - تراکلوروکربن (۲)

کار حاضر		مدل واندروالس		$n_d$	T (oC)
$\Delta y^A_1$	$\Delta P$	$\Delta y^A_1$	$\Delta P$		
[ - ]	[ mmHg ]	[ - ]	[ mmHg ]		
- / ۰۱۹۴	۳ / ۴	- / ۰۷۸۴	۲۸ / ۳	۹	۲۰
- / ۰۱۸۵	۴ / ۲	- / ۰۸۲۶	۴۲ / ۹	۹	۳۰
- / ۰۱۰۸	۵ / ۰	- / ۰۹۵۰	۴ / ۴۴	۲۰	۲۵
- / ۰۲۳۰	۱۲ / ۰	- / ۰۷۲۳	۶۹ / ۹	۹	۴۰

تعداد کل داده های تجربی = ۴۷

جدول (۸) مخلوط دوتایی پروپانول (۱) - بنزن (۲)

کار حاضر		مدل واندروالس		$n_d$	T (oC)
$\Delta y^A_1$	$\Delta P$	$\Delta y^A_1$	$\Delta P$		
[ - ]	[ mmHg ]	[ - ]	[ mmHg ]		
n.a.	۱ / ۴	n.a.	۱۰ / ۶	۹	-
n.a.	- / ۴۹	n.a.	۱۵ / ۶	۹	۱۰
n.a.	۱ / ۷	n.a.	۲۵ / ۴	۹	۲۰
n.a.	۲ / ۲	n.a.	۲۸ / ۸	۹	۳۰
n.a.	۵ / ۵	n.a.	۶۱ / ۸	۹	۴۰
n.a.	۷ / ۳	n.a.	۸۸ / ۲	۹	۵۰

تعداد کل داده های تجربی = ۵۴

جدول (۵) مخلوط دوتایی آتانول (۱) - سیکلوهگزان (۲)

کار حاضر		مدل واندروالس		$n_d$	T (oC)
$\Delta y^A_1$	$\Delta P$	$\Delta y^A_1$	$\Delta P$		
[ - ]	[ mmHg ]	[ - ]	[ mmHg ]		
- / ۰۲۴۰	۱ / ۱۴	- / ۱۸۷۸	۱۵ / ۵	۱۲	-
- / ۰۲۸۲	۱ / ۵۱	- / ۱۷۲۲	۲۴	۱۹	۱۰
- / ۰۲۲۸	۲ / ۲۵	- / ۱۷۲۴	۴ / ۲	۱۹	۲۰
- / ۰۲۲۸	۳ / ۲۶	- / ۱۷۰۱	۶۴ / ۵	۱۷	۳۰
- / ۰۱۴۴	۹ / ۲۲	- / ۱۷۷۰	۱۵۸ / ۶	۱۵	۵۰

تعداد کل داده های تجربی = ۷۲

جدول (۱۰) پارامترهای مخصوصی ۱، برای مخلوط‌های  
توصیف شده در جدول‌های (۱) - (۹)

نام	حل شونده	حال	نام
<b>مکانیول</b>			
۱/۴۴۱	تراتکلورکربن		
۱/۵۰۱	سیکلوهگزان		
۱/۲۴۱	استون		
(۱/۳۹۴)	متوسط مقادیر فوق		
<b>اتانول</b>			
۱/۳۲۷	تراتکلورکربن		
۱/۳۷۹	سیکلوهگزان		
۱/۴۹۰	ترمال هگزان		
(۱/۳۹۹)	متوسط مقادیر فوق		
<b>۱- پروپانول</b>			
۱/۲۶۰	تراتکلورکربن		
۱/۲۴۷	بنزن		
۱/۱۸۴	۱ و ۲ دی کلرواتان		
(۱/۲۲۰)	متوسط مقادیر فوق		

جدول (۹) مخلوط دوتایی پروپانول (۱)- دی کلرواتان (۲)

کار حاضر	مدل واندروالس		T (oC)		
	$\Delta y^A_1$ [-]	$\Delta P$ [mmHg]	$\Delta y^A_1$ [-]	$\Delta P$ [mmHg]	
۰/۰۱۴۲	۴/۱	۰/۰۹۲۲	۵۰/۴	۹	۵۰
۰/۰۱۷۱	۵/۴	۰/۰۹۴۰	۷۸/۲	۹	۶۰
۰/۰۱۵۹	۰/۷۱	۰/۰۹۱۷	۱۰۳/۵	۹	۷۰
۰/۰۱۵۲	۷/۵	۰/۰۹۰۱	۱۳۵/۹	۹	۸۰

تعداد کل داده‌های تجربی = ۳۶

## مراجع

- [1] Prausnitz, J.M., Lichtenhaller, R.N. and Azevedo, E. G. , (1986), "Molecular thermodynamics of fluid phase equilibria" Prentice - Hall Inc.
- [2] Economou, I. G. ; Donohue, M. D., (1991). "Chemical, quasi - chemical and perturbation theories for associating fluids." AIChE journal, 37, 1875-1891.
- [3] Dolzalek, F., (1908), Zur theories der binaren gemische und konzentrierten." Z. Physik. chem., 64, 727-747.
- [4] Acree, W., (1984) "Thermodynamic properties of non electrolyte solutions" Academic Press.
- [5] Ikonomou, G.D. and Donohue, M.D., (1986). "Thermodynamics of hydrogen bonded mole-
- cules. " AIChE Journal, 32, 1716-1721.
- [6] Anderko, A., (1991) "phase equilibria in aqueous systems from an equation of state based on the chemical theory approach. "Fluid Phase Equilibrium, 65, 89-110.
- [7] Aguirre-ode, F., and Aguirre, F. J., (1993) "Two unified models of associated solutions and their representation of excess enthalpy and vapour-liquid equilibrium of Alcohol-Hydrocarbon systems. "Ind. Eng. Chem. Res., 32, 2129-2146.
- [8] Campbell, S.W (1994). "chemical theory for mixtures containing any number of alcohols. "Fluid Phase Equilibria, 102, 61-84.
- [9] Letcher, T. M. ; Mercer-Chalmers, J. ; Schabel,

- S. and Heintz, A., (1995). "Application of the ERAS model to  $H^E$  and  $V^E$  of 1-alkanol + 1 - alkanone and 1-alkanol + 1 - alkyne mixtures . "Fluid phase equilibria, 112, 131-149.
- [10] Dohnal, V., Costas, M., (1996). "Thermodynamics of complex formation in chloroform - oxygenated solvent mixtures" Journal of solution chemistry, 25, 635-356.
- [11] Touba, H., Mansoori, G.A., (1996) "Equations of state for associating fluids" Fluid Phase Equilibria, 119, 51-65.
- [12] Pimental, G. C., and McClellan, A. L. (1960), "the hydrogen bond" Freeman, San Francisco.
- [13] Prigogine, I. and Defay, R., (1967). "Chemical thermodynamics" Longmans, London.
- [14] شکاری، ح. «اندازه‌گیری ثابت پایداری بعضی از کمپلکس‌های مولکولی با طیف سنجی NMR» پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت مدرس . یاران.
- [15] Du, P.C. and Mansoori, G. A., (1987). "Phase equilibrium of multicomponent mixtures" Chem. Eng. Comm. 54, 139-148.
- [16] Al-Mutawa, A. H., Hwang, C. A., Kim , S. T. and Mansoori, G. A. (1993). "Development an analytical theory for thermodynamic properties of associating fluids. " Trends in Chem., 1, 175- 192.
- [17] Walas, S. M. (1985) . "Phase equilibria in chemical engineering" Butterworth Publishers.
- [18] Kwak, T. Y. and Mansoori, G.A., (1986). "Van der Waals mixing rules for cubic equation of state." Chem. Eng. Sci., 41, 1303-1309.
- [19] Aghamiri, F., Mansoori, G. A., Modarress, H., (1998). "A generalized chemical associating theory of mixtures 2, 5, 211-240 Z. Physic. chem.
- [20] Van Laar, J, (1910), "The vapor pressure of binary mixtures." Z. Physik. Chem., 72, 723-71.
- [21] Bechrens, D, and Eckerman, R. (Editors), "Vapor- Liquid-Equilibrium Data Collection." DECHMA chemical Data serice, 1984, vol. , 1-3.