

اثر مقاومت بر انبساط حجمی بتن تحت فشار تک محوری

اللهیار خسروشاهی
کارشناس ارشد سازه

علیرضا خالو
دانشیار

دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف

چکیده

مطالعه تغییرات حجمی بتن در محدوده بارهای الاستیک تا نقطه اوج و به ویژه در هنگام کاهش مقاومت پس از اوج، جهت بررسی رفتار سازه‌های حجیم مانند سد‌های بتنی، دیوارهای حائل و پی‌های گسترده حائز اهمیت است. عموماً در آزمایش فشاری تک محوری مشاهده می‌شود که با افزایش بار، ابتدا حجم بتن کاهش یافته و سپس در بار معینی کاهش حجمی بتن متوقف می‌گردد و پس از آن حجم قطعه افزایش می‌یابد که این پدیده به انبساط حجمی (Volume dilation) موسوم است. پدیده انبساط حجمی به واسطه افزایش ترک‌های ناپایدار در بتن می‌باشد. مطالعه این موضوع به علت ارتباط کرنش حجمی به وضعیت پایداری ترک‌ها در تحلیل رفتار بتن حائز اهمیت است. انبساط حجمی نشانه‌ای از افزایش ترک‌های خودگستر و ناپایدار در بتن و آستانه ناپایداری سازه بتن و معیاری برای مقاومت و شکست بتن می‌باشد. در این مطالعه، ابتدا مکانیزم و عوامل ایجاد و گسترش ترک‌ها در بتن در سطوح مختلف تنش بررسی شده و چگونگی روند تغییرات نرخ رشد کرنش حجمی در مراحل مختلف نوبیه می‌گردد. سپس با توجه به نتایج آزمایشگاهی بر روی نمونه‌های استوانه‌ای تحت فشار تک محوری تأثیر عوامل مختلف به ویژه مقاومت فشاری بتن روی انبساط حجمی مطالعه می‌شود. در انتها معادلاتی برای تخمین کرنش حجمی بتن در سطوح مختلف تنش بر حسب مقاومت فشاری بتن با توجه به سختی بتن‌های با مقاومت بالاتر ارائه می‌گردد.

Strength Influence on Concrete Volume Dilation Under Uniaxial Compression

Ali R. Khaloo,
Associate Professor

A.A. Khosroshahi,
MSCE

Department of Civil Eng. Sharif University of Technology

Abstract

Investigation of concrete volume variations in the range of elastic loads up to peak load and especially during strength reduction (after peak) is of importance for evaluation of behavior for mass structures such as concrete dams, retaining walls and mat foundations. Generally, on the basis of uniaxial compression test, increase in load initially reduces concrete volume. Afterwards, the volume reduction ceases at a distinct load level, and volume starts to increase. This phenomenon of volume expansion is called volume dilation. Volume dilation occurs due to propagation of instable cracks in concrete. Volume expansion is a sign of in-

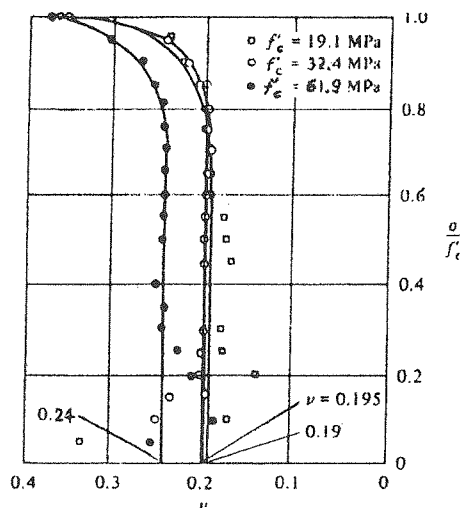
stability in concrete structures and may be considered as a criterion for strength and failure of concrete.

In this study mechanism of crack propagation in concrete at various stress levels in relation to volumetric strain is investigated. Based on the results of previously obtained experimental data on cylindrical specimens under uniaxial compression, the influence of different parameters especially concrete strength on volume expansion is studied. Formulations for estimating volumetric strain of concrete are proposed for various stress levels as a function of compressive strength of concrete.

۱- مقدمه

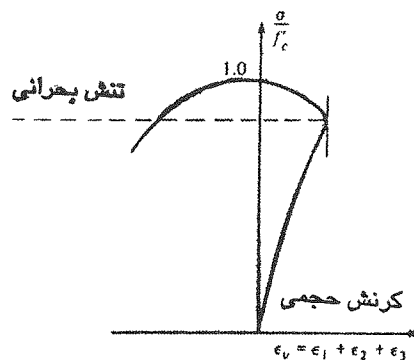
شکل (۲) نمودار تغییرات نسبت پواسون را نسبت به درصد تنش ماکزیم نشان می‌دهد [۳]. افزایش حجم بتن عمدتاً در حوالی مرحله افزایش سریع ترک‌ها و در نتیجه نسبت پواسون به همراه ناپایداری و ناپیوستگی ترک‌ها به وقوع می‌پیوندد، لذا تعیین شروع افزایش حجم بتن جهت تعیین نقطه ناپیوستگی خود می‌تواند به عنوان یک معیار شکست در طراحی سازه‌های بتنی حجیم مطرح باشد. دیگر آن که تغییرات حجمی پس از این مرحله نیز اطلاعات قابل توجهی را در رابطه با رفتار بتن نتیجه می‌دهد.

در این مطالعه انبساط حجمی بتن در بارهای قبل و بعد از نقطه اوج تحت تنش فشاری تک محوری با استفاده از منحنی کامل تنش - کرنش بتن بررسی خواهد شد. به علاوه اثر مقاومت بتن از ۳۷۰ تا ۸۴۰ کیلوگرم بر سانتیمتر مربع روی انبساط حجمی بتن بررسی می‌گردد.



شکل (۲) نمودار تغییرات نسبت پواسون و درصد تنش

آگاهی از تغییرات حجمی بتن در محدوده بارهای الاستیک تا نقطه اوج و به ویژه در بخش از دست دادگی مقاومت جهت بررسی رفتار سازه‌های بتنی حجیم، همانند سدها و پی‌های گسترده حائز اهمیت می‌باشد. هنگامی که قطعه‌ای بتنی تحت تنش فشاری قرار می‌گیرد، عموماً ابتدا با افزایش بار، حجم آن کاهش می‌یابد و در مقدار معینی از بار روند کاهش حجم بتن متوقف شده و شروع به افزایش حجم می‌کند (شکل ۱). شروع این مرحله به نقطه انبساط حجمی (Volume dilation) موسوم است. بررسی این پدیده به جهت ارتباط آن با پدیده رشد ترک‌های ناپایدار در تحلیل رفتار بتن حائز اهمیت می‌باشد. چن (Chen) [۲ و ۱۱] نقطه‌ای را با عنوان نقطه ناپیوستگی (Discontinuity point) به صورت شروع یک مکانیزم خود گسترش رشد ترک که در آن ضریب پواسون شروع به افزایش قابل ملاحظه می‌کند، تعریف می‌کند. افزایش ضریب پواسون به جهت شروع رشد ترک‌های ماتریس می‌باشد. در این هنگام ترک‌ها سریعاً افزایش یافته و با افزایش بار به مقدار جزئی ترک‌ها وارد مرحله رشد ناپایدار می‌گردند. برخی از محققین [۷] این نقطه را نقطه شکست بتن منظور می‌کنند که قبل از نقطه اوج مقاومت بتن اتفاق می‌افتد.

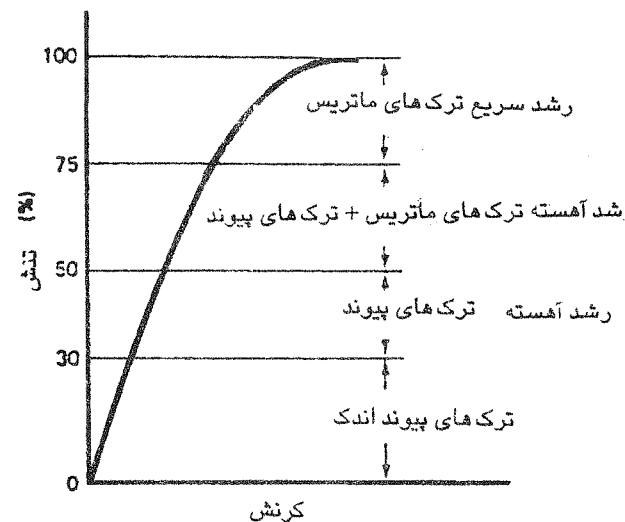


شکل (۱) نمودار تغییرات کرنش حجمی و درصد تنش

۲- اثرات میکروسکوپی

هنگامی که بتن تحت تنش افزایش یافته قرار می‌گیرد، دو تغییر اساسی در روند گسترش ترک قبل از شکست اتفاق می‌افتد [۱۰]. در مرحله اول که در حدود ۴۰٪ تنش حداکثر شروع می‌شود، ترک‌های پیوند در سطح تماس ماتریس (ماتریس به خمیر سیمان که بین دانه‌ها قرار دارد گفته می‌شود) و دانه شروع به گسترش نموده و عملاً مرحله پخش ترک آغاز می‌شود.

در این مرحله سرعت پخش ترک زیاد نمی‌باشد و بسیاری از آنها در همان ناحیه تماس باقی می‌مانند. در مرحله دوم تا حدود ۷۰ - ۹۰ درصد تنش حداکثر ریز ترک‌ها گسترش می‌یابند و بین بعضی از ترک‌ها پل می‌زنند و آنها را به یکدیگر متصل می‌کنند. با اتصال ریز ترک‌های پیوند در سطوح نزدیک دانه‌ها ناحیه ریز ترک یا آسیب دیدگی داخلی شکل می‌گیرد و ترک‌های بزرگ به طول بحرانی خود می‌رسند و انرژی داخلی موجود بیشتر از انرژی لازم برای آزاد کردن ترک است. زیاد شدن آسیب دیدگی‌های داخلی باعث خارج شدن از رفتار الاستیک می‌گردد. در این مرحله با برداشتن بار، تغییر شکل‌ها در بتن باقی می‌ماند. این نقطه، نقطه ناپیوستگی نامیده می‌شود. نیومن [۵]، کارینو و اسلیت [۱] پیشنهاد کردند که نقطه ناپیوستگی برای تعریف شکست بتن بکار رود. این نقطه نشان دهنده پایان رفتار شبه الاستیک (quasielastic) است که کمتر از مقاومت نهایی تحت تأثیر عوامل خارجی قرار می‌گیرد و به عنوان یک خاصیت پایداری برای مواد بتنی است. (شکل ۳)



شکل (۳) نمایش مراحل گسیختگی با افزایش تدریجی تنش

در مرحله سوم که حدود مقاومت نهایی است ریز ترک‌ها به هم پل می‌خورند و یک شکل ریز ترک اصلی و مهم را بوجود می‌آورند. در این مرحله بتن از نقطه ناپیوستگی عبور نموده و هر چند که قادر به تحمل بار می‌باشد ولی مقاومت آن کم می‌شود.

بنابراین می‌توان چنین نتیجه گرفت که روند رشد ترک‌ها، کرنش حجمی و مقاومت نهایی به هم مرتبط هستند. با دانستن روند رشد کرنش حجمی می‌توان به گسترش و رشد ترک‌ها و همچنین مقاومت بتن پی برد. بر پایه مطالعات انجام شده توسط کتسوز و نیومن [۸] دو اثر مختلف به طور متمایز از هم مورد مطالعه قرار گرفت.

۱- ترک‌ها باعث کاهش مقاومت کششی و تمرکز تنش در نوک ترک‌ها می‌گردند. این کاهش در مقاومت کششی می‌تواند معادل وارد کردن یک تنش فشاری مؤثر که باعث کاهش حجم بتن می‌گردد عمل کند.

۲- ترک‌ها باعث ایجاد فضاهای خالی شده که به افزایش حجم ماده می‌انجامد. افزایش فضاهای خالی باعث افزایش نسبت کرنش برشی به تنش برشی و کاهش سختی می‌شود.

با توجه به اثرات ترکیبی موارد ۱ و ۲ و شدت تأثیر آن در مراحل مختلف بارگذاری، روند ترک خوردن را می‌توان حداقل به سه مرحله زیر تقسیم نمود:

۱- در این مرحله اثر ۱ قابل توجه است. نظر به اینکه اثر ۲ بدین علت که ترک‌ها موضعی هستند قابل توجه نیست حجم بتن کاهش می‌یابد.

۲- که در آن، هم اثر ۱ و هم اثر ۲ قابل توجه هستند. به جهت اینکه اثر ۱ بزرگتر از اثر ۲ است هنوز حجم بتن کم می‌شود. لیکن کاهش حجم آن نسبتاً کم است. شروع این مرحله لحظه انتشار شکست پایدار (Onset of Stable Fracture Propagation) OSFP نامیده می‌شود.

۳- که در آن هم اثر ۱ و هم اثر ۲ قابل توجه هستند. لیکن اثر ۲ زیاده‌تر است که باعث افزایش حجم می‌شود. شروع این مرحله لحظه انتشار شکست ناپایدار (Onset of Unstable Fracture Propagation) OUFPP نامیده می‌شود، در این مرحله انبساط حجمی اتفاق می‌افتد.

بررسی اثرات بالا به وجود ترک‌ها در بتن برمی‌گردد. ثابت شده است که ترک‌های داخلی و فلاوها

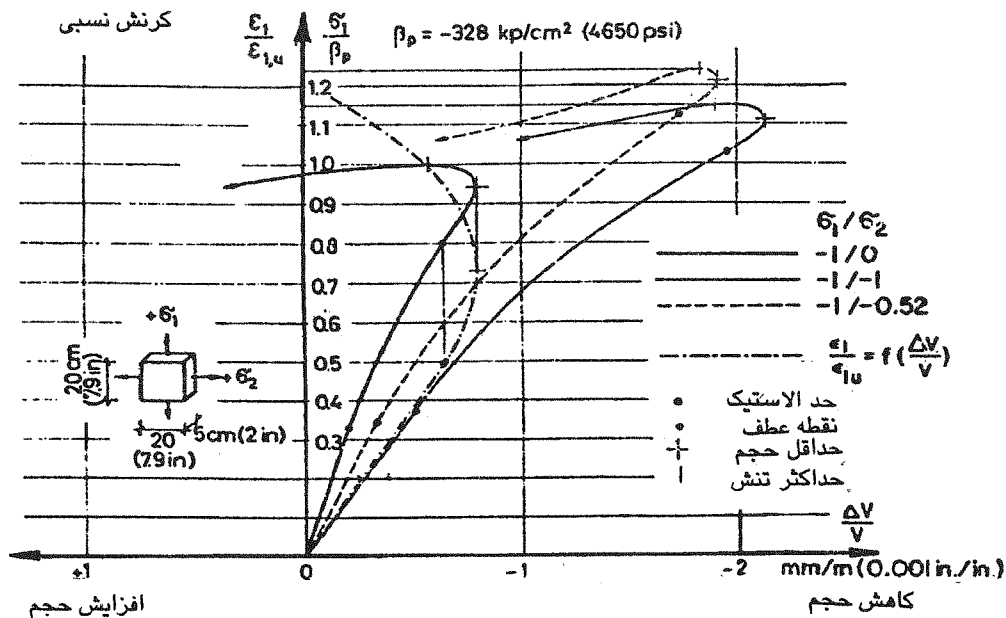
(Flaws) حتی قبل از اعمال بار در بتن وجود دارند [۹]. بعضی از اینها بر اثر آبرفتگی و جدائی خصوصاً نزدیک قطعات بزرگ دانه‌ها یا آرماتورها می‌باشند، اما اکثر ترک‌های پیوند در سطح تماس سیمان و دانه می‌باشند که نه تنها بر اثر اختلاف مدول الاستیسیته سیمان سخت شده و دانه‌ها، بلکه همچنین بر اثر اختلاف ضرائب انبساط حرارتی و بازتاب متفاوت نسبت به تغییرات رطوبت ایجاد می‌شوند. تفاوت در مدول الاستیسیته منتج به تمرکز تنش قابل ملاحظه تحت تغییرات حجمی متفاوت این دو (به علت هیدراسیون سیمان، تغییرات درجه حرارت یا خشک شدن بتن) می‌شود و مقاومت پیوند کمتر از مقاومت ماتریس که آن هم از مقاومت دانه کمتر است ناحیه تماس را ضعیف‌ترین حلقه در سازه بتن می‌نماید.

همانگونه که قبلاً اشاره گردید شروع ترک‌های ماتریس مترادف با یک افزایش در نسبت پواسون می‌باشد. برای بتن‌های با مقاومت پایین بدین علت که اختلاف مقاومت بین خمیر سیمان و دانه‌ها زیاد است ترک‌های پیوند گسترده بوده و خمیر سیمان در بار خیلی پایین ترک برمی‌دارد. در حالی که برای بتن‌های با مقاومت بالا بدین علت که بین خمیر سیمان و دانه‌ها هماهنگی بیشتری از لحاظ سختی وجود دارد، رشد ترک‌ها در ماتریس کمتر بوده و پدیده انبساط حجمی

حتی تا مقاومت نهائی هم رخ نمی‌دهد. از طرفی در حالت فشار چندمحوری با افزایش فشار جانبی پدیده انبساط حجمی مشاهده نمی‌گردد زیرا که در این حالت بارگذاری شکست بر اثر خرد شدن صورت می‌گیرد [۶]. چون شکست بر اثر شکست خمیر سیمان بر خلاف شکست پیوند (در حالت فشار جانبی پایین) است، بنابراین اثر ایجاد فضاهای خالی که قبلاً عنوان شد کم بوده و افزایش حجم اتفاق نمی‌افتد.

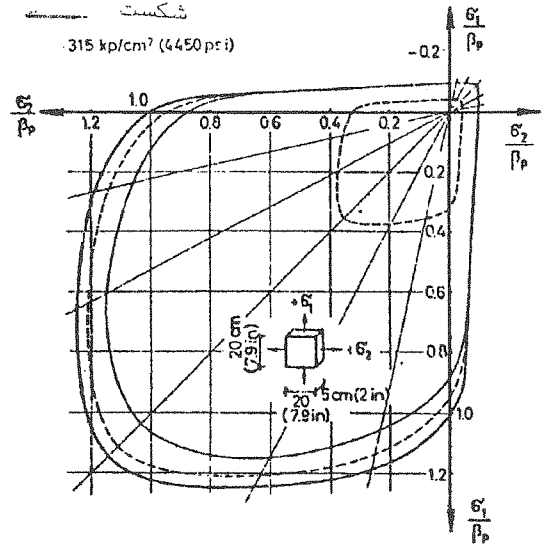
۳- مروری بر تحقیقات آزمایشگاهی

محققین مختلف بر روی کرنش حجمی بتن تحقیقاتی انجام داده‌اند. عمده‌ترین نتیجه بررسی به صورت نمودار کرنش حجمی با درصد مقاومت اوج فشاری برای حالات تنش فشاری تک محوری و دو محوری در شکل (۴) ارائه شده است [۴]. کاپفر، هیلسدورف و راش (Kupfer, Hilsdorf & Rusch) حدود زیر را برای رفتار دو محوری بتن ارائه داده‌اند. مطابق تقسیمات این محققین در ابتدا رفتار تنش کرنش بتن از قانون هوک پیروی می‌کند و خطی است. از نقطه حد الاستیک تا نقطه عطف، منحنی نرخ تغییرات زیادتر شده ولی نسبت پواسون تقریباً ثابت است. از این نقطه به بعد مقدار نسبت پواسون افزایش می‌یابد و کرنش حجمی شروع به کم شدن می‌کند و در نتیجه بتن افزایش حجم پیدا می‌کند (شکل‌های ۴ و ۵).



شکل (۴) نمودار کرنش حجمی با درصد تنش برای فشار دو محوری

حد الاستیک
 نقطه عطف کرنش حجمی
 ماکزیم کرنش حجمی
 شکست
 315 kp/cm² (4450 psi)



شکل (۵) نمودار تنش‌ها در حد الاستیک، حداقل حجم و شکست بتن تحت حالت تنش دو محوری

۴- معادلات کرنش حجمی

برای بررسی دقیق کرنش حجمی براساس مقاومت فشاری بتن و عوامل اثرگذار دیگر، معادلاتی برای تخمین کرنش حجمی در حالت فشار یک محوری به دست آورده شد.

عوامل اثرگذار بر کرنش حجمی عبارتند از:

f_c - مقاومت فشاری بتن

- کرنش متناظر با حداکثر مقاومت فشاری
 - خصوصیات خمیر سیمان و دانه‌ها شامل جنس و
 خصوصیات مانده مدول الاستیسیته، ضریب انبساط
 حرارتی، نسبت آب به سیمان و مراقبت‌های به عمل آمده
 از بتن.

- تاریخچه بارگذاری روی عضو. بارگذاری‌های بیش
 از ۵۰٪ مقاومت فشاری باعث افزایش ترک‌ها در بتن
 می‌گردد که پس از باربرداری روی رفتار عضو بتنی
 تأثیر می‌گذارد.

از بین عوامل فوق عامل f_c تأثیر مهم‌تری داشته و
 اثر عوامل دیگر کمتر است. بنابراین فرمولبندی براساس
 تأثیر f_c در نظر گرفته شد.

برای تعیین بهترین معادله از اطلاعات آزمایشگاهی
 [۲] که بر روی نمونه‌های استوانه‌ای انجام شده است
 استفاده گردید. مقاومت فشاری از ۳۷۳ تا ۸۴۴ کیلوگرم
 بر سانتی متر مربع بوده است.

شکل (۶) نمودار تنش - کرنش این نمونه‌ها و شکل
 (۷) نمودار کرنش حجمی بتن را بر حسب درصد مقاومت
 اوج نشان می‌دهد. مشاهده می‌گردد که با افزایش
 مقاومت بتن مقدار کرنش حجمی تا نقطه مقاومت اوج
 افزایش می‌یابد. سعی گردید که برای هر سطح تنش،
 معادله خاصی بین کرنش حجمی و مقاومت فشاری به
 دست آورده شود [۱۲]. معادلات پیشنهادی براساس
 حداقل مربع فاصله‌ها برای سطوح تنش ۷۰٪، ۸۰٪،
 ۹۰٪، ۹۵٪ و ۱۰۰٪ در بخش سربالایی و ۷۰٪، ۸۰٪،
 ۹۰٪، ۹۵٪ در بخش سرازیری منحنی
 تنش - کرنش به صورت زیر ارائه می‌شوند:

(حد الاستیک)	$\epsilon_v = 67/2 + 0/81$	f_c	C.C. = ۹۵٪	(۱)	در سطح تنش ۵۰٪
(حد پیوستگی)	$\epsilon_v = 209 + 1/21$	f_c	C.C. = ۹۳٪	(۲)	در سطح تنش ۷۰٪
	$\epsilon_v = 453 + 1/42$	f_c	C.C. = ۹۳٪	(۳)	در سطح تنش ۸۰٪
(نقطه ناپیوستگی)	$\epsilon_v = 105 + 1/77$	f_c	C.C. = ۹۳٪	(۴)	در سطح تنش ۹۰٪
	$\epsilon_v = -208 + 3/23$	f_c	C.C. = ۹۶٪	(۵)	در سطح تنش ۹۵٪
(مقاومت نهائی)	$\epsilon_v = -602 + 2/70$	f_c	C.C. = ۹۸٪	(۶)	در سطح تنش ۱۰۰٪
(بخش سرازیری منحنی)	$\epsilon_v = -2120 + 3/98$	f_c	C.C. = ۹۲٪	(۷)	در سطح تنش ۹۵٪
(بخش سرازیری منحنی)	$\epsilon_v = -2681 + 4/17$	f_c	C.C. = ۸۸٪	(۸)	در سطح تنش ۹۰٪
(بخش سرازیری منحنی)	$\epsilon_v = -7342 + 9/32$	f_c	C.C. = ۹۱٪	(۹)	در سطح تنش ۸۰٪
(بخش سرازیری منحنی)	$\epsilon_v = -11231 + 12/36$	f_c	C.C. = ۸۷٪	(۱۰)	در سطح تنش ۷۰٪
(بخش سرازیری منحنی)	$\epsilon_v = -24248 + 27/35$	f_c	C.C. = ۸۲٪	(۱۱)	در سطح تنش ۵۰٪

در فرمول‌های فوق f_c بر حسب کیلوگرم بر سانتی متر مربع و ϵ_v بر حسب میکرواسترین و کرنش فشاری مثبت است. C.C. ضریب همبستگی می‌باشد.

۵- بحث

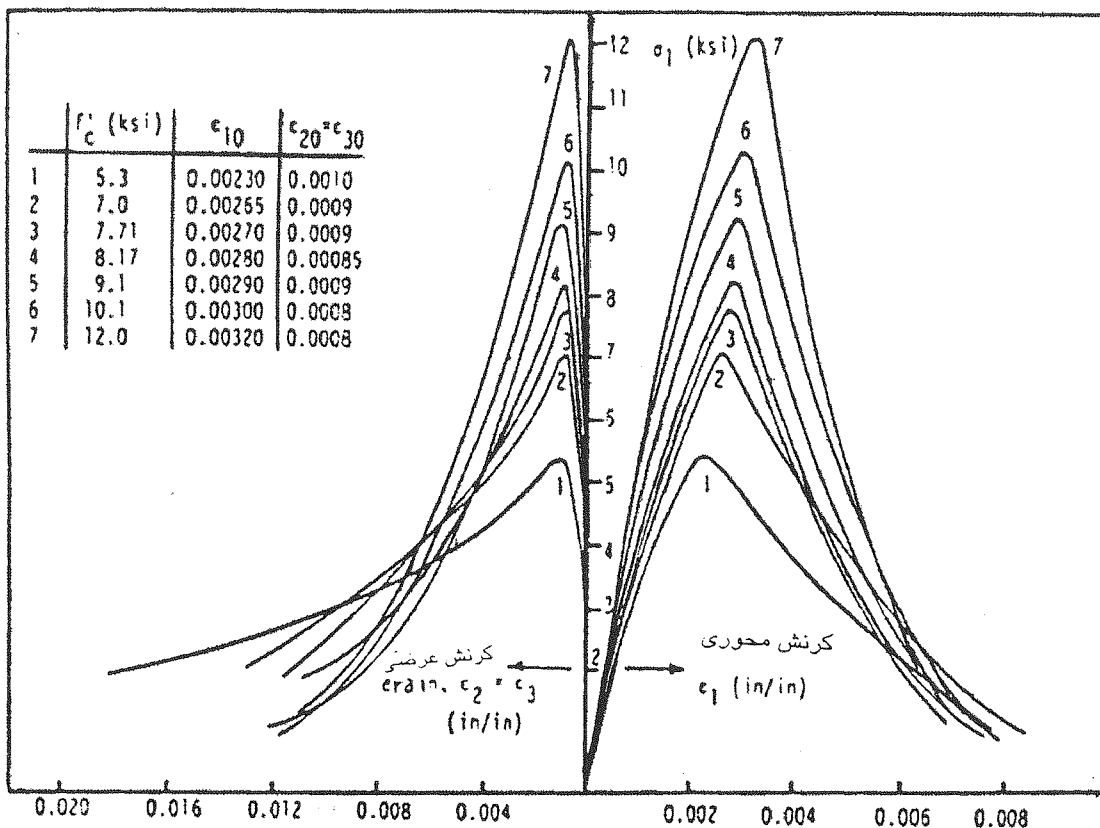
می باشد که نتیجه می شود انبساط حجمی برای بتن مقاومت بالا در سطح تنش بالاتر از ۹۰٪ و برای بتن های مقاومت پایین بین سطوح تنش ۸۰٪ و ۹۰٪ اتفاق می افتد. یعنی با افزایش مقاومت، انبساط حجمی در سطح بالاتری از تنش اتفاق می افتد. در مقاومت های خیلی بالا پدیده انبساط حجمی یا در نزدیکی مقاومت نهائی یا در همان تنش مقاومت نهائی رخ می دهد که به جهت بالا بودن مقاومت خمیر سیمان ترک های کمتری در آن نفوذ می کند.

برای حالت سرازیری مقادیر کرنش حجمی (افزایش حجم) بتن های مقاومت بالا کمتر است. بتن مقاومت بالا به جهت سختی بالاتر و تردی بیشتر، نسبت به بتن معمولی دارای افت ناگهانی تنش می باشند. همانگونه که در شکل (۶) نشان داده شده است مقادیر کرنش محوری و جانبی برای این بتن ها در ۵۰٪ قسمت سرازیری کمتر از مقادیر متناظر برای بتن های معمولی است.

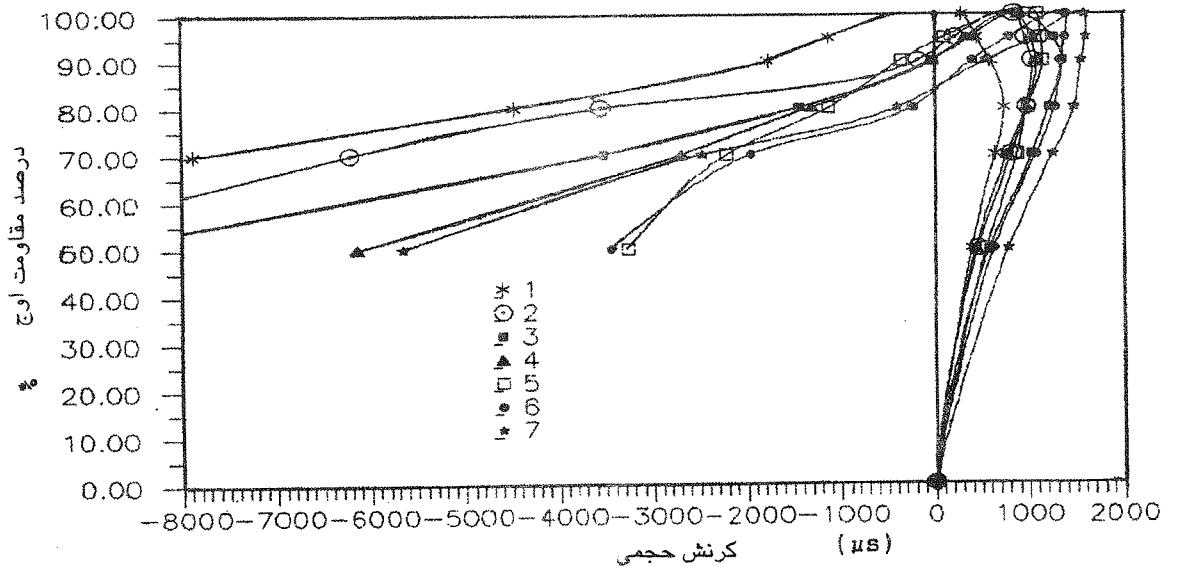
معادلات ارائه شده در قسمت قبل نشان دهنده تأثیر مقاومت فشاری بر کرنش حجمی می باشد. با افزایش مقاومت فشاری مقدار کرنش حجمی برای یک سطح تنش افزایش می یابد. به این دلیل که با افزایش مقاومت فشاری در یک سطح تنش مقدار تنش وارده بیشتر می گردد، در حالی که مدول الاستیسیته به این مقدار افزایش نمی یابد و در نتیجه مقدار کرنش حجمی افزایش می یابد.

مقدار ضریب f_c با افزایش سطح تنش افزایش می یابد. این نشان دهنده مرتبط بودن مقاومت فشاری با کرنش حجمی بتن به ویژه در سطوح بالای تنش و همچنین قسمت سرازیری (که محدوده کرنش های بالا است) می باشد.

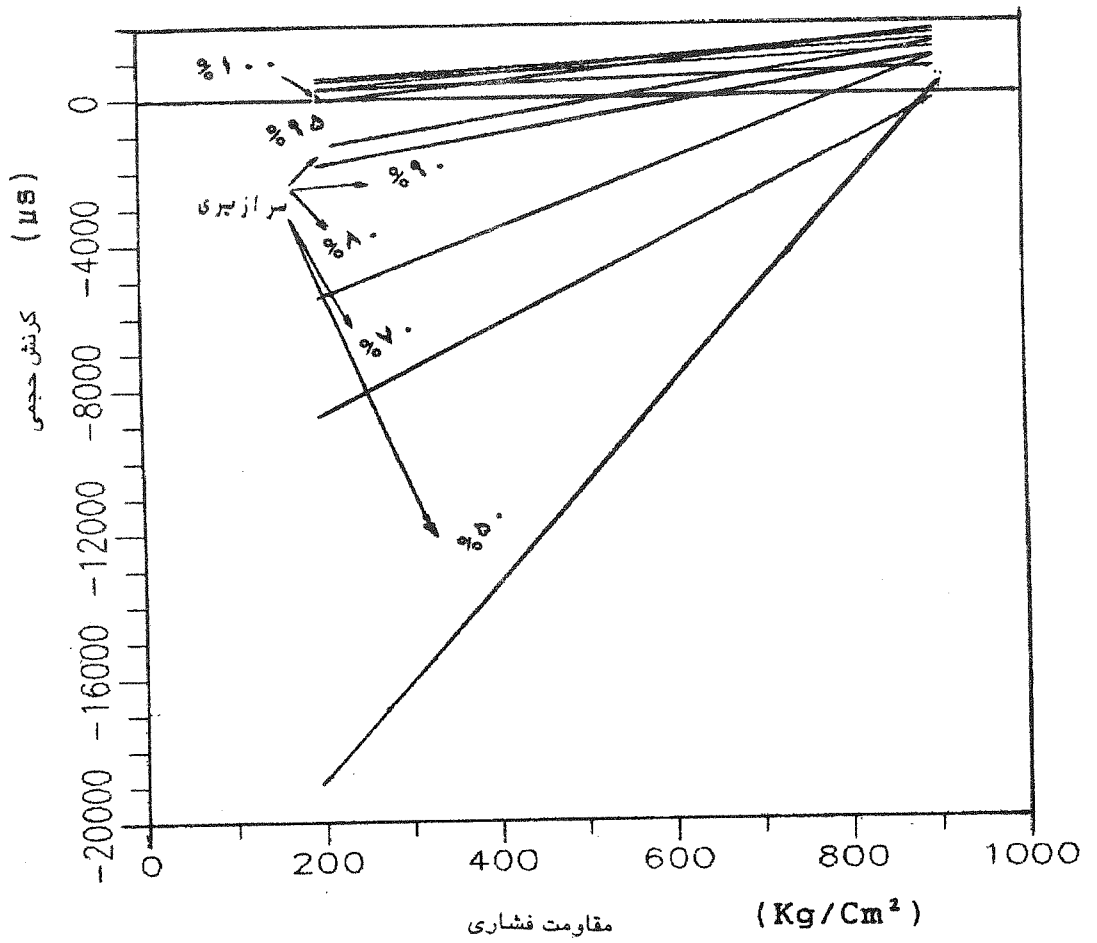
شکل های (۸ و ۹) نمودارهای کرنش حجمی در سطوح مختلف تنش را تا مقاومت اوج نشان می دهد. با مقایسه معادلات مربوط به ۸۰٪ و ۹۰٪ مشاهده می شود که برای $f_c < 450$ کرنش حجمی ۹۰٪ کمتر از ۸۰٪



شکل (۶) منحنی های کامل تنش - کرنش بتن با مقاومت های مختلف



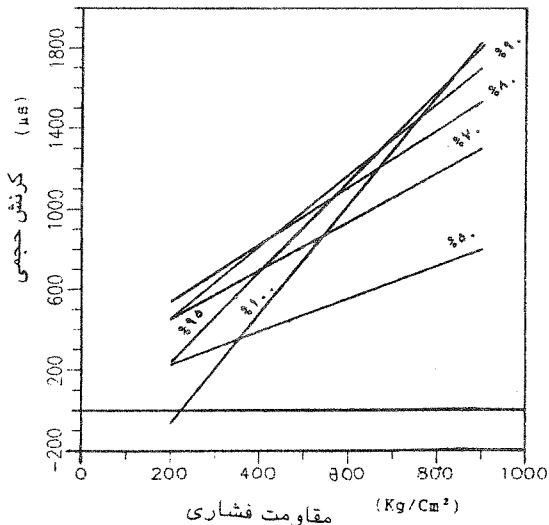
شکل (۷) نمودارهای کرنش حجمی و درصد تنش برای مقاومت های مختلف



شکل (۸) نمودار تغییرات کرنش حجمی و درصد تنش

۶. خلاصه و نتیجه گیری

در حالت بارگذاری فشاری تک محوری کرنش حجمی مرتبط با مقاومت بتن بوده و برای هر سطح تنش می توان معادلات کرنش حجمی را با رابطه خطی نسبت به مقاومت فشاری ارائه داد. در سطوح پایین تنش و کرنش اثر مقاومت کم بوده و در سطوح بالا و قسمت سرازیری که مقدار کرنش بتن اضافه می شود، اثر آن افزایش می یابد. برای بتن های با مقاومت معمولی شروع انبساط حجمی بین ۸۰٪ تا ۹۰٪ مقاومت فشاری می باشد. برای بتن های با مقاومت خیلی بالا پدیده انبساط حجمی نزدیک مقاومت فشاری بتن اتفاق می افتد.



شکل (۹) نمودار تغییرات کرنش حجمی و درصد تنش (بزرگ شده شکل ۸)

مراجع

- [1] Carino, N.J., and Slate, F.O., (1976), "Limiting Tensile Strain Criterion for Failure of Concrete," ACI J., 73 (3), PP. 160-165.
- [2] Chen, W.F., (1982), Plasticity in Reinforced Concrete, McGraw-Hill Book Co., 474 PP.
- [3] Khaloo, A.R., and Ahmad, S. H., (1988), "Behavior of Normal and High-Strength Concrete Under Combined Compression-Shear Loading," ACI Materials J., 85 (6), PP. 551-559.
- [4] Kupfer, H., Hilsdorf, H. K., and Rusch, H., (1969), "Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses," ACI J., 66 (8), PP. 656-666.
- [5] Newman, K., (1968), "Criteria for the Behavior of plain Concrete Under Complex States of Stress," Proceeding, Int. Conference on the Structure of Concrete, Cement and Concrete Association, London, PP. 255-274.
- [6] Palaniswamy, R. and Shah, S. P., (1974), "Fracture and Stress-Strain Relationship of Concrete Under Triaxial Compression," J. of Str. Division, ASCE, 100 (5), PP. 901-916.
- [7] Mindess, S, and Young, J.F, "Failure and Fracture of Concrete" Prentice-Hall, Inc. 1981,
- [8] Kotsovos, M.D. and Newman, J.B. (1978) "Generalized Stress-Strain Relationships for Concrete" Journal of Engineering Mech. ASCE, Vol. 104 PP 845-856 Aug.
- [9] Neville A., M., "Properties of Concrete ", Longman Scientific & Technical 3rd edition (1981), 779 PP.
- [10] Brook, A.E. and Newman K., (1968), eds., The Structure of Concrete, Proc. Int. Conf., London, Cement and Concrete Association, Wexham Springs, Slough, U.K., PP. 49-318.
- [11] Chen, C.R., Carraquillo, R.L. and Fowler, D.W. "Behavior of High Strength Concrete Under Uniaxial and Biaxial Compression" SP-87-14 PP. 251-272
- [12] خسروشاهی، آریا الهیاری، پوش یکپارچه کرنشی برای ۵۰، ۷۰، ۹۰ و ۱۰۰ درصد مقاومت نهائی برای بتن تحت تنش های چند محوری، رساله کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف.