

شبیه سازی عددی پروسه های انتقال در قلب راکتورهای هسته ای

دکتر ابراهیم شیرانی - مهندس اصغر اسماعیلی

دانشکده مکانیک دانشگاه صنعتی اصفهان

چکیده:

هدف از این مقاله ارائه روش و تدوین یک برنامه کامپیوتری است که پروسه های انتقال در قلب یک راکتور هسته ای که با سوخت میله ای کار می کند را شبیه سازی نماید. پروسه های انتقال مورد نظر انتقال جرم، ممتنم و انرژی است. در اثر شکافت عناصر موجود در میله های سوخت، حرارت زیادی تولید می شود. مایع خنک کننده میله های سوخت در طی حرکت در امتداد میله های سوخت، به علت انتقال حرارت، بطور موضعی به بخار تبدیل می شود. پیچیدگی جریان مغشوش دوفازی سیال در قلب راکتور سبب می شود که تحلیل مسأله در حالت کلی غیر ممکن شود. از طرفی از نقطه نظر طراحی، اطلاعات صحیح از خصوصیات جریان و پارامترهای مختلف ترمودینامیکی در طول مسیر جریان از اهمیت خاصی برخوردار است.

در این مقاله، ابتدا یک مدل ریاضی از هندسه مسأله (کانال) معرفی می شود. سپس معادلات حاکم بر جریان، شامل معادلات بقای جرم، بقای ممتنم و بقای انرژی را نوشته و با توجه به فرضیات و مدل هایی که انتخاب می نماییم معادلات را به طریق عددی حل می کنیم. فرضیات عمده عبارت از دائم بودن جریان، یکنواخت و همگن بودن سیال در هر یک از مقاطع هر کانال محاسباتی، مدل های بکار رفته شامل مدل برای ضریب اصطکاک، ضریب انتقال حرارت و هد اصطکاکی در جریان دوفازی مغشوش و مدل همگن بودن جریان در هر مقطع هر کانال است. اکثر مدل ها براساس ایده های معرفی شده در مراجع ۱ و ۲ است. روش محاسبات عددی مورد استفاده، روش توسعه یافته اویلر و روش قدم به قدم است. بر مبنای معادلات جریان، فرضیات و مدل های معرفی شده و روش عددی مذکور، برنامه ای کامپیوتری تدوین گردیده است. اطلاعات ورودی به برنامه شامل هندسه قلب راکتور، توزیع فلاکس حرارت تولید شده در طول و مقطع میله ها، خواص ترمودینامیکی و انتقال آب اشباع، دمای آب ورودی، انتالپی متوسط ورودی و فشار خروجی است. اطلاعات خروجی شامل تغییرات فشار، انتالپی، کیفیت مخلوط بخار و آب، سرعت جرمی، دبی جرمی، دبی جرمی جریان های عرضی انحرافی و فلوی حرارتی به هر کانال است. برنامه هد کامپیوتری تدوین شده طوری است که می تواند جریان تک فازی و نیز جریان دوفازی را بررسی نماید. همچنین این برنامه انتقال حرارت و ممتنم بین کانالها را که از طریق جریان های عرضی انحرافی و جریان های عرضی در اثر اغتشاشات صورت می پذیرد را در محاسبات منظور می نماید. برای یک مثال ساده برنامه کامپیوتری اعمال گردیده است و نتایج مورد قبولی ارائه شده است.

Numerical Simulation of the Transfer Processes in the Nuclear Reactor Core.

Ebrahim Shirani, Ph.D. Asghar Esmaili, M.Sc.

Department of Mechanical Engineering
Esfahan University of Technology

ABSTRACT

The purpose of this paper is to present a technic to write a computer program in order to simulate the transfer processes in the nuclear reactor cores, which work with fuel rods. The transfer processes considered herein are namely mass, momentum, and energy transfers. Fission in the fuel rod elements produces a large amount of heat. Due to the heat transfer, the fluid for cooling the fuel rods evaporates locally, by moving along the fuel rods.

Complexity of the turbulent flow of the two phase fluid in the reactor core makes

the analysis of the problem impossible. On the other hand, from the design point of view, correct information of the flow characteristics and its different thermodynamic parameters along the flow are of great importance.

In this paper, first a mathematical model for the geometry of the problem (canal) is introduced. Then the fluid equations consisting of the continuity equations for mass, momentum, and energy is written and attempt has been made to solve these equations numerically by taking into account the assumptions and models which have been chosen. The important assumptions are, continuous flow, steadiness and homogeneity of the fluid at each cross section of the computational canal. The models which are used here consist of, a model for coefficient of friction, a model for coefficient of heat transfer, a model for frictional head in the turbulent flow of the two phase fluid, and a model for the homogeneity of the flow in each canal. Most of these models are based on ideas introduced in the 1 and 2 references. The numerical analysis methods are the advanced Euler method and the step by step method. A computer program has been devised on the basis of the flow equations, the given assumptions and models, and the above numerical method. The input data for this program consists of the geometry of the reactor core, the distribution of the heat flux generated along and at the cross section of the rods, the thermodynamic property and the transfer of the saturated water, the temperature of the incoming water, the average incoming enthalpy, and the outgoing pressure. The outgoing input consists of the pressure change, enthalpy, the quality of the mixture of vapor and water, mass velocity, mass diameter, mass diameter of the deviated transverse flow, and the heat flux into each canal. The head computer program is so devised that it can analyze both the single phase and the double phase flow.

This program also takes into account the transfer of heat and momentum between the canals which take place by the deviated transverse flow and the transverse flow caused by turbulence.

This computer program has been used for a simple example and acceptable results have been obtained.

علائم اختصاری^۱

دیمانسیون	توضیح	نام علامت
L^2	سطح مقطع	A
FT/LM	ضریب افت در معادله مومنتم عرضی	C
H/M	گرمای ویژه در فشار ثابت	C_p
L	قطر هیدرولیکی	D_h
L	قطر میله	D_r
ML/T ²	نیرو	F

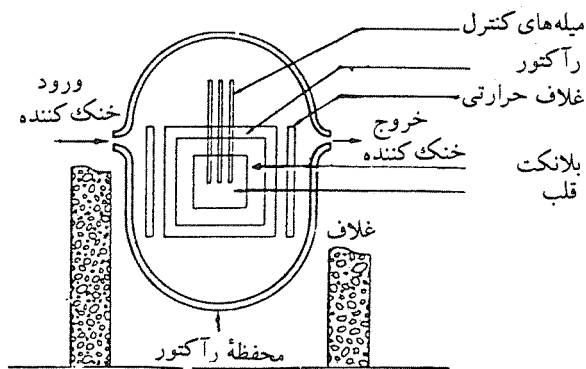
۱ - ابعاد بکار رفته به شرح زیر است:
H = انرژی، F = نیرو، θ = درجه حرارت، M = جرم، T = زمان

بدون بعد	تعداد ارتباطات بین کانالهای مجاور	K
L	طول کانال	L
بدون بعد	تعداد کانالهای جریان	N
بدون بعد	عدد رینولدز	Re
بدون بعد	کیفیت، $\frac{m_g}{m_g + m_f}$	X
بدون بعد	ضریب اصطکاک بر اساس اینکه همه دبی جریان مایع است	f
بدون بعد	نسبت توزیع قدرت حرارتی موضعی به توزیع قدرت حرارتی متوسط محوری	f _A
بدون بعد	کسری از قدرت حرارتی میله که به یک کانال مجاور آن منتقل می شود	f _C
بدون بعد	پارامتر مقاومت جریان عرضی انحرافی	f _i
L	توزیع قدرت حرارتی نسبی میله	f _R
بدون بعد	ضریب تصحیح جریان عرضی توربولانت	f _T
بدون بعد	ضریب تصحیح جریان عرضی انحرافی	f _D
بدون بعد	ثابت جاذبه	g _c
ML/FT ²	انتالپی؛ $xh_g + (1-x)h_f$	h
H/M	انتالپی مایع و بخار اشباع	h _g , h _f
H/M	طول	l
L	دبی جرمی، $Au_f [\rho_g \alpha \gamma + \rho_f (1-\alpha)]$	m
M/T	فشار	p
F/L ²	حرارت وارده بر واحد طول	q'
H/L	فلاکس حرارتی متوسط	\bar{q}''
H/TL ²	فاصله میله ها	s
L	سرعت موثر محوری سیال در کانال، mv/A	u
L/T	حجم مخصوص، l/p	v
L ³ /M	حجم مخصوص موثر، $\frac{(1-x)^2}{p_f(1-\alpha)} + \frac{x^2}{p_g \alpha}$	v'
L ³ /M	جریان عرضی انحرافی بین کانالهای مجاور	W
M/TL	جریان عرضی اغتشاشات (نوسانی) بین کانالهای مجاور	W'
M/TL	متغیر طول	z
L	نسبت حجمی گاز (Void Fraction)؛ $\frac{A_g}{A_g + A_f}$	α
بدون بعد	پارامتر مربوط به اختلاط جریان عرضی نوسانی	β
بدون بعد	ضریب لغزش u_g/u_f	γ
بدون بعد	موقعیت کانال نسبت به خط قائم	θ
رادیان	دانسیته، $P_g \alpha + (1-\alpha)\rho_f$	ρ
M/L ³	ضریب اصطکاک جریان دوفازی (Two phase friction Multiplier)	ϕ
بدون بعد	اندیس های زیرین (Subscripts)	
	شرایط اشباع مایع و بخار	g, f
	عدد مشخص کننده کانال	i, j
	مشخص کننده جریان از کانال i به j و از کانال j به i است.	ji, ij
	شماره هایی که مشخص کننده ارتباط کانالهاست. هر k یا l متناظر با یک جفت jz و یا iz است.	l, k
	عدد مشخص کننده میله سوخت	r
	به مفهوم شرایط از میله r به کانال i است.	r _i

تقسیم هسته بزرگ به هسته‌های کوچک با آزادسازی تعدادی نوترون نیز همراه است که خود سبب تداوم این تحولات خواهد شد. مثلاً اورانیوم 235 در اثر دریافت یک نوترون تبدیل به گزنون (Xe^{140})، استرانسیوم (^{94}Sr) و آزادی دو نوترون می‌شود.

حرارت آزاد شده در قلب راکتور را به راه‌های مختلف به انرژی الکتریکی تبدیل می‌کنند. برخی از این روشها عبارتند از استفاده از وسایل جمع‌کننده مستقیم یا باطری هسته‌ای، به وسیله ترموالکتریسته یا ترمیونیک و یا به وسیله تبخیر سیال و استفاده از یک توربین بخار و ژنراتور. نوع آخر که معمول‌ترین روش استفاده از انرژی آزاد شده است در اینجا مد نظر است.

حرارت آزاد شده در قلب راکتور می‌تواند بیش از ۳ میلیون وات و دبی سیال خنک‌کننده بیش از ۱۰۰ گالون بر دقیقه باشد. شکل (۱)، شکل شماتیک یک راکتور هسته‌ای را نشان می‌دهد. سیال خنک‌کننده می‌تواند آب، آب سنگین و یا گازهای با ظرفیت حرارتی بالا مثل هلیوم باشد. در شکل مذکور میله‌های کنترل و بلانکت نشان داده شده است. نقش میله‌های کنترل جذب نوترون است. میله‌های کنترل قابل تنظیم بوده و در موقع لزوم وارد قلب راکتور شده و نوترون‌های موجود در فضا را به خود جذب می‌نماید. این عمل سبب کاهش انرژی حرارتی تولیدی یا قطع آن می‌گردد. بلانکت‌ها از فرار نوترون‌ها از قلب راکتور جلوگیری کرده و نقش منعکس‌کننده را دارد. شکل (۲) ساختمان قلب یک راکتور که استوانه‌ای شکل است را نشان می‌دهد. در این شکل نحوه قرار گرفتن میله‌های سوخت و محل میله‌های کنترل نمایش داده شده است. سیال خنک‌کننده از لابلای میله‌ها عبور می‌کند.



شکل ۱ - اجزاء اصلی یک راکتور هسته‌ای به همراه غلاف حرارتی

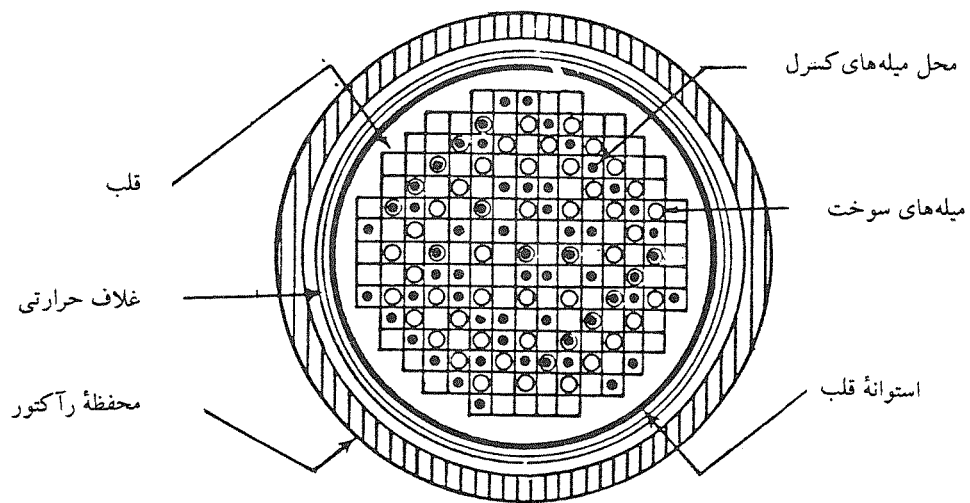
شکل (۳) شبکه‌های نگهدارنده و هدایت‌کننده سیال در قلب راکتور را نمایش می‌دهد. سیال خنک‌کننده باید دارای

استفاده از انرژی هسته‌ای به علت قابلیت بالای آزادسازی انرژی در واکنش هسته‌ای و نیز محدود بودن منابع سوخت از اهمیت زیادی برخوردار است. انرژی حاصل از شکافت یک پوند اورانیوم معادل سوختن ۱۲۵۰ تن ذغال سنگ است. نوع متداول راکتورهای هسته‌ای که در این جا نیز مورد نظر است راکتور با سوخت میله‌ای است. میله‌های باریک و بلند سوخت در محفظه‌ای به نام قلب راکتور قرار دارند و در اثر شکافت، انرژی زیادی از خود آزاد می‌کنند. این انرژی به وسیله جریان سیال خنک‌کننده که در تماس با میله‌های سوخت است دریافت و منتقل می‌شود. در طی حرکت سیال در امتداد میله‌های سوخت جوشش موضعی سیال صورت می‌گیرد. از طرفی برای افزایش انتقال حرارت در طول راکتور، حرکت سیال در طول قلب راکتور صرفاً در امتداد میله‌های سوخت نبوده بلکه با قرار دادن زائده‌هایی بر سر راه جریان سیال حرکت‌های جانبی مصنوعی به سیال وارد می‌شود. این نوع حرکت سبب افزایش نرخ انتقال حرارت و کاهش دمای میله سوخت می‌گردد.

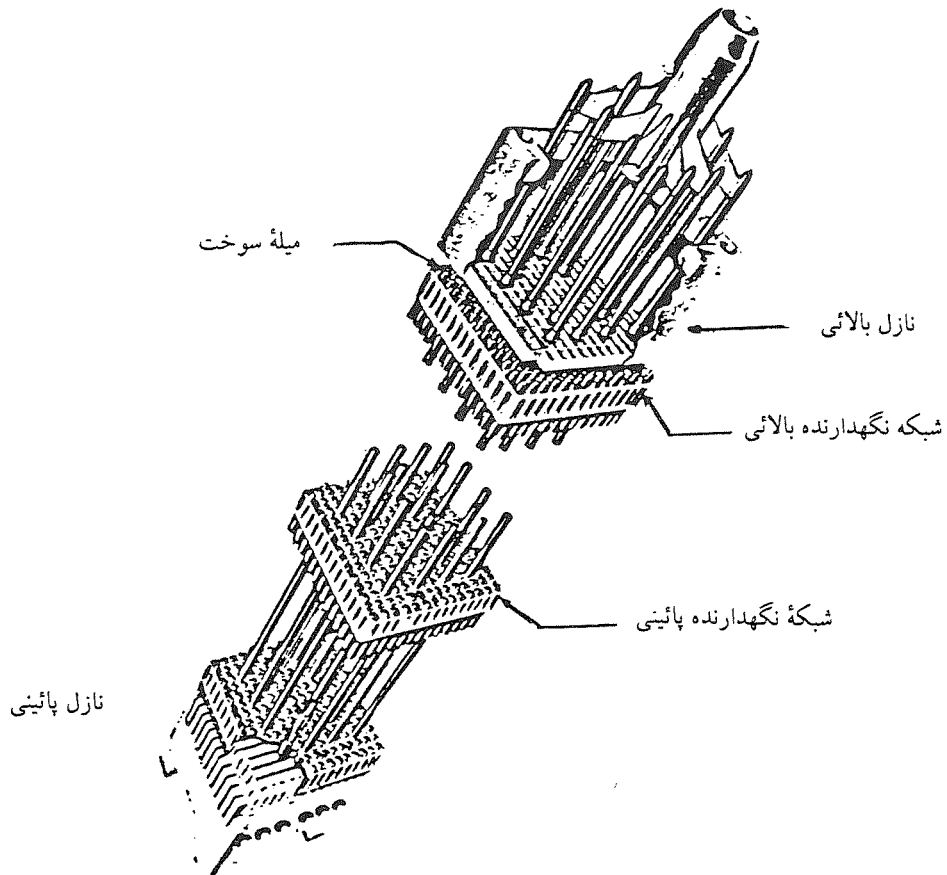
با توجه به حرکت جریان مغشوش در مسیرهای پیچیده بین میله‌ها و دوفازی بودن جریان، بررسی و تجزیه و تحلیل چنین جریانی بسیار پیچیده است. از طرفی از نقطه نظر طراحی و کنترل، نیاز مبرم به در دست داشتن اطلاعات صحیح از خصوصیات جریان و پارامترهای مختلف ترموهیدرولیکی در طول مسیر جریان است. حل این مسأله معمولاً از دو طریق تحلیلی و تجربی صورت می‌گیرد، که در اینجا روش تحلیلی با استفاده از حل عددی معادلات مدل شده جریان در نظر است. برای حل مسأله از این روش، معادلات ساده شده حاکم بر جریان سیال، شامل معادلات بقای جرم، ممتنم و انرژی حل می‌گردند. پروژه حاضر بر مبنای ایده‌های موجود در کدهای کامپیوتری کبری (۱ و ۲) تدوین شده است. البته استفاده مستقیم از کدهای موجود به علت کمبود اطلاعات امکان‌پذیر نبوده و لذا کار حاضر بر مبنای اطلاعات موجود و تئوری حاکم بر کدها بوده ولی برنامه کامپیوتری و جزئیات روش محاسبات متفاوت است. کد توسعه یافته در این مقاله برخی از محدودیتهای موجود در کدهای کبری را ندارد و کلی‌تر از این دو کد می‌باشد.

راکتورهای هسته‌ای

اساس راکتورهای هسته‌ای بر مبنای برخورد نوترون به هسته‌های عناصر سنگین نظیر اورانیوم 235 یا پلوتونیوم 239 است که سبب تشکیل هسته جدیدی می‌شود. پس از دریافت نوترون، هسته حاصل در حالت تحریک شده بالایی قرار گرفته و بسیار ناپایدار می‌شود. لذا این هسته به هسته‌های کوچکتری تقسیم می‌گردد. در اثر این تقسیم انرژی زیادی آزاد می‌شود.



شکل ۲ - سطح مقطع افقی راکتور

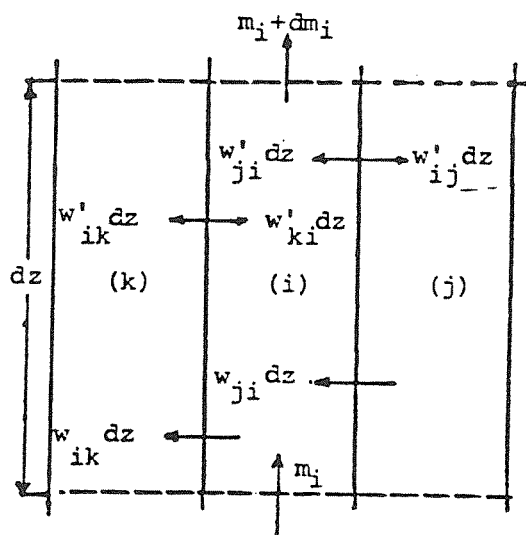


شکل ۳ - شبکه‌های مورد استفاده در یک مجموعه سوخت

دبی در اثر حرکت جانبی بین کانالها با W (برای جریانهای عرضی انحرافی) و W' (برای جریان عرضی در اثر اغتشاشات جریان) می باشد. اختلاط سیال بین کانالها تأثیر مهمی در انتقال ممنتم و انرژی دارد. انتخاب کانالهای جریان به صورتی که در بالا تشریح شد برای تحلیل جریان در یک مجموعه چندین میله ای انتخاب مناسبی است. زیرا نحوه قرار گرفتن میله ها طوری است که معمولاً باعث تشکیل کانالهای تقریباً مجزایی می گردد. البته بین این کانالها انتقال جرم، ممنتم و انرژی صورت می گیرد. در تحلیل مسأله اهم فرضیات جریان دوفازی سیال، دائم و لغزشی بودن جریان در هر کانال و یکنواخت بودن آن در هر مقطع از هر کانال است.

معادلات حاکم

در شکل (۵) مقطعی از کانال (i) به طول dz همراه با دو کانال مجاور آن (j), (k) نشان داده شده است. معادله پیوستگی برای کانال (i) به شرح زیر است.



شکل ۵ - تبادل جرم کانال i کانالهای مجاور

$$m_i + W_{ji}dz + w'_{ji}dz + w'_{ki}dz = m_i + dm_i + w_{ik}dz + w'_{ik}dz + w'_{ij}dz \quad (1)$$

با توجه به کوچک بودن اشل زمانی اغتشاشات جریان، می توان فرض کرد که جریان عرضی در اثر اغتشاشات تأثیری در دبی عبوری جریان ندارد به عبارت دیگر

$$w'_{ji} = w'_{ij} \quad (2)$$

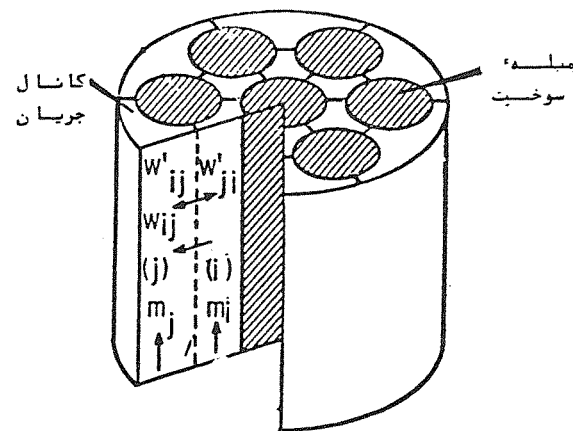
$$w'_{ik} = W'_{ki}$$

w'_{ij} مقدار متوسط زمانی دبی بر واحد طول جریان از کانال i به j

خصوصیات زیر باشد: ضریب انتقال حرارت هدایتی بالا، ظرفیت حجمی زیاد، خاصیت کند کردن نوترونها برای افزایش احتمال برخورد آنها به هسته های سوخت، پایین بودن فشار بخار اشباع سیال در دمای قلب راکتور، دارا بودن حداقل خوردگی و تمایل به واکنش شیمیایی با محیط اطراف، پایداری و مقاومت در تجزیه شدن در دمای کار راکتور.

تجزیه و تحلیل تئوری

هدف، تحلیل جریان در قلب راکتور وبدست آوردن خواص ترموهیدرولیکی جریان است. با توجه به نحوه آرایش میله های سوخت (شکل ۳) و این واقعیت که مقدار انتقال حرارت به سیال در تمام نقاط سطح مقطع عبور جریان یکنواخت نبوده و این امر سبب ایجاد حرکت جانبی سیال در طول مسیر حرکت می شود، پیچیدگی جریان در طول میله های سوخت اجتناب ناپذیر است. شکل (۴) مسیر حرکت سیال را در کانالهای بین میله های سوخت نمایش می دهد. حرکت کلی سیال از پایین به بالاست و حرکتهای جنبی سیال به صورت فلشهای افقی نمایش داده شده است. این حرکات در اثر مغشوش بودن جریان (W') و نیز جذب غیریکنواخت انتقال حرارت و افت فشار غیر یکسان (W) در مسیرهای مختلف ایجاد می شود. همچنین حرکتهای جنبی سیال (W) می تواند در اثر وجود وسایل مکانیکی از قبیل مخلوط کننده های مارپیچی که بر سر راه جریان قرار دارد صورت پذیرد.



شکل ۴ - متد مشخص نمودن کانالهای جریان

میدان جریان را می توان به ناحیه های مختلفی تقسیم کرد. این ناحیه ها را که توسط میله های سوخت محصور شده اند کانال جریان می گوئیم. در شکل مذکور دو کانال i و j نمایش داده شده است. دبی عبوری از کانال i، m_i و از کانال j، m_j است. همچنین

در اثر اغتشاشات جریان است. از طرفی $w_{ji} = -w_{ij}$. لذا:

$$\frac{dm_j}{dz} = w_{ji} - w_{ik} \rightarrow \frac{dm_i}{dz} = -(w_{ij} + w_{ik}) \quad (3)$$

و یا در صورتی که کانال i با N کانال مجاور باشد، داریم:

$$\frac{dm_i}{dz} = -\sum_{j=1}^N w_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

که در آن M تعداد کل کانالها در میدان جریان است. به روش مشابهی می توان معادله انرژی را برای کانال i که مجاور دو کانال j و k است به صورت زیر نوشت:

$$m_i h_i + w_{ji} h_j dz + w'_{ji} h_j dz + w'_{ki} h_k dz + q'_i dz = w_{ik} h_i dz + w'_{ik} h_i dz + w'_{ij} h_j dz + m_i h_i + d(m_i h_i) \quad (5)$$

از طرفی داریم:

$$d(m_i h_i) = dm_i h_i + m_i dh_i = h_i (w_{ji} - w_{ik}) dz + m_i dh_i \quad (6)$$

با استفاده از روابط (۲)، (۳)، (۵) و (۶) داریم:

$$\frac{dh_i}{dz} = \frac{q'_i}{m_i} + \frac{w_{ji}}{m_i} (h_j - h_i) + \frac{w'_{ij}}{m_i} (h_j - h_i) + \frac{w'_{ik}}{m_i} (h_k - h_i) \quad (7)$$

در صورتی که N در کانال در مجاورت کانال i قرار داشته باشد معادله انرژی به صورت زیر در می آید.

$$m_i \frac{dh_i}{dz} = q'_i + \sum_{j=1}^N w'_{ij} (h_j - h_i) - \sum_{j=1}^N w_{ij} h^* \quad (8)$$

که در آن

$$h^* = \begin{cases} 0 & ; \text{if } w_{ij} > 0 \\ (h_j - h_i) & ; \text{if } w_{ij} < 0 \end{cases} \quad (9)$$

در روابط فوق q'_i مقدار نرخ انتقال حرارت بر واحد طول کانال است.

حال معادله ممتنم در امتداد محور میله های سوخت را بدست می آوریم. با توجه به دو فازی بودن جریان براساس ایده مایر، ابتدا یک حجم مخصوص موثر (v') تعریف می کنیم.

$$\frac{1}{\rho_{\text{eff}}} = v' = \frac{(1-x)^2 v_f}{(1-\alpha)} + \frac{x^2 v_g}{\alpha}; \quad (L^3/M) \quad (10)$$

که در آن x کیفیت و α نسبت حجمی گازهاست. معادله ممتنم به شرح زیر است:

$$g_c (A_i P_i - F_i dz - A_i P_i - A_i dp_i - A_i \rho_i \cos \theta dz) = \left[F_D w_{ik} u_i dz + f_T w'_{ik} u_i dz + f_T w'_{ij} u_j dz + m_i u_i \right]$$

$$+ d(m_i u_i) \left] - \left[m_i u_i + f_D w_{ji} u_j dz + f_T w'_{ki} u_k dz + f_T w'_{ji} u_j dz \right]$$

در این رابطه θ زاویه محور کانال با خط قائم است. f_T ، f_D ضرایب تصحیح غیر یکنواختی سرعت به علت جریانهای جانبی و اغتشاشات جریان است. پس از ساده کردن و استفاده از رابطه بقای جرم داریم:

$$-\frac{dp_i}{dz} = \frac{F_i}{A_i} + \rho_i \cos \theta + \frac{f_T w'_{ji}}{g_c A_i} (u_i - u_j) + \frac{f_T w'_{ik}}{g_c A_i} (u_i - u_k) + \frac{w_{ji}}{A_i g_c} (u_i - f_D u_j) - \frac{w_{ik} u_i}{g_c A_i} + (f_D - 1) + \frac{m_i}{A_i g_c} \frac{du_i}{dz}$$

از طرفی داریم

$$u_i = \frac{m_i v'_i}{A_i} \rightarrow \frac{du_i}{dz} = \frac{d}{dz} (m_i v'_i / A_i) \quad (13 - \text{الف})$$

$$\frac{du_i}{dz} = \frac{v'_i}{A_i} \frac{dm_i}{dz} + \frac{m_i}{A_i} \frac{dv'_i}{dz}; \quad A_i = \text{cont}$$

$$= -\frac{v'_i}{A_i} (w_{ij} + w_{ik}) + \frac{m_i}{A_i} \frac{dv'_i}{dz} \quad (13 - \text{ب})$$

همچنین نیروی اصطکاک بین سیال و دیواره در جریان دو فازی از رابطه

$$F_i / A_i = \frac{f_i \phi_i}{2g_c \rho_i D_{hi}} (m_i / A_i)^2 \quad (14)$$

بدست می آید که ϕ نسبت افت فشار در اثر اصطکاک در جریان دو فازی به افت فشار در جریان مایع تک فازی با همان دبی است و بالاخره داریم:

$$\frac{dv'_i}{dz} = \frac{\partial v'_i}{\partial h} \frac{dh_i}{dz} + \frac{\partial v'_i}{\partial p} \frac{dp_i}{dz} \quad (15)$$

روابط فوق را در معادله ممتنم قرار می دهیم.

$$-\frac{dp_i}{dz} = \frac{f_i \phi_i}{2g_c \rho_i D_{hi}} (m_i / A_i)^2 + \rho_i \cos \theta + \frac{f_T w'_{ji}}{g_c A_i} (u_i - u_j) + \frac{f_T w'_{ik}}{g_c A_i} (u_i - u_k) + \frac{w_{ji}}{A_i g_c} (2u_i - f_D u_j) + \frac{w_{ik} u_i}{g_c A_i} (f_D - 2)$$

اغتشاشات را بررسی می‌کنیم. دبی جریانهای عرضی در اثر اغتشاشات در حالت کلی مضربی از دبی جریان محوری است.

$$w'_{ij} = \frac{1}{2} \beta s_{ij} (m_i/A_i + m_j/A_j) \quad (21)$$

که در آن β ضریب تناسب است و تابعی از عدد رینولدز جریان است.

$$\beta = \frac{4}{S_{ij}} \frac{A_i + A_j}{P_{wi} + P_{wj}} a R_e^b \quad (22)$$

در رابطه اخیر a ، b مقادیر ثابت هستند و R_e عدد رینولدز بوده و از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$R_e = \frac{8(m_i + m_j)}{(p_{wi} + p_{wj})(\mu_i + \mu_j)} \quad (23)$$

ضریب اصطکاک جریان دوفازی بر حسب ضریب اصطکاک در جریانهای تک فازی مایع در رابطه (۱۴) داده شده است.

$$f_i = a R_{ei}^b + c \quad (24)$$

بدست آورد که در آن $a = 0.5$ ، $b = -0.32$ و $c = 0.0056$ است. با توجه به اختلاف دمای دیواره و سیال ضریب اصطکاک بدست آمده به صورت زیر تصحیح می‌شود.

$$\frac{f}{f_{iso}} = (\mu_{wall}/\mu_{bulk})^{0.6} \quad (25)$$

که در آن μ_{wall} ویسکوزیته در دمای دیواره است. دمای دیواره را نیز می‌توان از رابطه زیر بدست آورد.

$$T_w = T_{bulk} + \frac{q''}{h} \quad (26)$$

در این رابطه $q'' = \frac{q'}{P_h}$ و ضریب انتقال حرارت جابجایی، h از رابطه (Dettus - Boelter) بدست می‌آید.

$$h = 0.023 \frac{k_f}{D_h} Re_f^{0.8} Pr_f^{0.4} \quad (27)$$

ضریب تصحیح اصطکاک در جریان دوفازی (ϕ) را با استفاده از مدل آرماند بدست می‌آوریم.

$$\phi = 1 \quad h \leq h_f$$

$$\phi = \frac{(1-x)^2}{(1-\alpha)^{1.42}} \quad 0.39 < (1-\alpha) \leq 1 \quad (28)$$

$$\phi = 0.478 \frac{(1-x)^2}{(1-\alpha)^{2.2}} \quad 0.1 < (1-\alpha) \leq 0.39$$

$$\phi = 1.73 \frac{(1-x)^2}{(1-\alpha)^{1.64}} \quad 0 < (1-\alpha) \leq 0.1$$

$$+ (m_i/A_i)^2 \frac{1}{g_c} \left[\frac{\partial v'_i}{\partial h} \frac{dh_i}{dz} + \frac{\partial v'_i}{\partial p} \frac{dp_i}{dz} \right] \quad (16)$$

در صورتی که N کانال در مجاورت کانال i ام باشد، معادله ممتنم در امتداد محور میله‌ها به صورت زیر در می‌آید.

$$- \left[1 + \frac{1}{g_c} (m_i/A_i)^2 \frac{\partial v'_i}{\partial p} \right] \frac{dp_i}{dz} = \frac{1}{g_c} (m_i/A_i)^2 \left[\frac{f_i \phi_i}{2\rho_f D_{hi}} + \frac{\partial v'_i}{\partial h} \frac{dh_i}{dz} \right] + \rho_i \cos\theta + \frac{1}{g_c} A_i \quad (17)$$

$$\text{که در آن } \sum_{j=1}^N f_T w'_{ij} (u_i - u_j) + \frac{1}{g_c} \sum_{j=1}^N w_{ij} k^* \quad (18)$$

$$k^* = \begin{cases} u_i (f_D - 2) & \text{if } w_{ij} > 0 \\ (f_D u_j - 2u_i) & \text{if } w_{ij} < 0 \end{cases} \quad i=1,2,\dots,N$$

معادله ممتنم در امتداد عمود بر محورهای میله‌های سوخت که معرف تغییرات ممتنم جریانهای عرضی است را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$P_i - p_j = c_{ij} w_{ij} |w_{ij}| \quad (19)$$

که در آن C_{ij} ضریب افت است و از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$C_{ij} = \frac{f_l}{4g_c s_{ij}^3 p^*} \quad (20)$$

در این رابطه S_{ij} فاصله فضای خالی بین دو میله سوخت و l معادل قطر میله است و p دانسیته جریان دوفازی است و برابر دانسیته سیال در کانالی است که سیال از آن خارج می‌شود. اگر تعداد مرزهای بین کانالهای موجود در میدان جریان m باشد تعداد m معادله به شکل معادله (۱۹) می‌توان نوشت. معادلات (۴)، (۸)، (۱۷) و (۱۹) شامل $3N$ معادله (بقای جرم، ممتنم محوری و انرژی) و K معادله (ممتنم عرضی) می‌باشد. معادلات فوق بسته نبوده و تعداد مجهولات بیشتر از تعداد معلومات است. برای بستن معادلات لازم است روابط دیگری برای ضریب اصطکاک در جریان دوفازی، مدل کردن جریانهای مغشوش عرضی، روابط بین خواص ترمودینامیکی سیال (جداول بخار)، تعیین کمیت واقعی سیال دوفازی به معادلات فوق اضافه نمود. در اینجا به اختصار به تشریح این روابط پرداخته می‌شود.

ابتدا مدل بکار رفته در محاسبه جریان عرضی در اثر

$$T_B^+ = 5 \text{ pr}_f y_B^+ \quad 0 \leq y_B^+ \leq 5$$

$$T_B^+ = 5 \left[\text{pr}_f + \ln(1 + \text{pr}_f (\frac{y_B^+}{5} - 1)) \right] \quad 5 \leq y_B^+ \leq 30$$

$$T_B^+ = 5 \left[\text{pr}_f + \ln(1 + 5\text{pr}_f) + 0.5 \ln(\frac{y_B^+}{30}) \right] \quad y_B^+ > 30 \quad (34)$$

که T_B^+ دمای بدون بعد شده نوک حباب است و از رابطه زیر بدست می آید.

$$T_B^+ = \frac{C_{pf} \rho_f u^*}{q''} \Delta T_{SAT,d} \quad (35)$$

از طرفی براساس مدل لوی در محل جدا شدن حباب از سطح

$$q'' = h_{fo}(T_w - T_f)_d = h_{fo} [\Delta T_{SUB,d} - \Delta T_{SAT,d}] \quad (36)$$

و یا

$$\Delta T_{SUB,d} = q'' \left[\frac{1}{h_{fo}} - \frac{T_B^+}{C_{pf} \rho_f u^*} \right] \quad (37)$$

به این ترتیب می توان کیفیت واقعی (X') را با داشتن $\Delta T_{SUB,d}$ که از رابطه فوق بدست می آید حساب کرد.

اطلاعات و شرایط مرزی

اطلاعات معلوم مسأله که برای حل معادلات حاکم لازم است به شرح زیر می باشد: هندسه مسأله شامل ابعاد و آرایش میله های سوخت، سطح مقطع کانالها، تغییرات طولی و محیطی فلاکس حرارتی میله های سوخت، ثابتهای ترمو هیدرولیکی بکار رفته در روابط تجربی، خواص ترمودینامیکی آب اشباع شامل μ_f ، h_g ، h_f ، v_g و v_f فشار و دمای آب، انتالپی متوسط ورودی به هر کانال، دبی جرمی ورودی هر کانال، جریان عرضی انحرافی ورودی و فشار خروجی از انتهای کانالها.

مجهولات در معادلات که پس از حل معادلات بدست می آید عبارتند از فشار در هر کانال $P(z)$ ، انتالپی سیال در هر کانال h_i ، کیفیت سیال در هر کانال $x_i(z)$ ، شدت دبی جرمی هر کانال $G_i(z)$ ، دبی جرمی هر کانال $m_i(z)$ ، فلاکس حرارتی وارده به هر کانال $\frac{q_i}{ph_i}$ ، جریان عرضی انحرافی بین هر دو کانال مجاور w_{ij} ، جریان عرضی اغتشاشات بین هر دو کانال مجاور w_{ij} .

که در آن α نسبت حجمی گاز است و از رابطه زیر بدست می آید.

$$\alpha = 0 \quad ; \quad h < h_f \quad (29)$$

$$\alpha = \frac{(0.833 + 0.167X) XV_g}{(1-X)V_f + XV_g} \quad ; \quad h > h_f$$

ضریب کیفیت موضعی در نزدیکی میله های سوخت را با استفاده از مدل لوی می توان بدست آورد. برای این کار تغییرات واقعی کیفیت (X') را برحسب تابعی از طول محاسبه می کنیم. سپس با قرار دادن کیفیت واقعی به جای کیفیت ترمودینامیکی (X)، تغییرات حجمی گاز را در طول کانال بدست می آوریم. با استفاده از مدل لوی داریم:

$$x'(z) = x(z) - x(z)_d \exp\left(-\frac{x(z)}{x(z)_d} - 1\right) \quad (30)$$

که در آن X_d کیفیت در نقطه جدا شده حبابهای بخار از سطح در ناحیه جوش هسته ای است.

$$x(z)_d = -\frac{C_{pf} \Delta T_{SUB,d}}{h_{fg}} \quad (31)$$

و $\Delta T_{SUB,d}$ اختلاف دمای اشباع و دمای سیال در نقطه جدا شدن حباب است.

$$\Delta T_{SUB,d} = T_{SAT} - T_{fd} \quad (32)$$

$X_d(z)$ و $\Delta T_{SUB,d}$ بطور جداگانه محاسبه می شوند. برای این کار با استفاده از موازنه نیروهای وارد بر یک حباب در نزدیکی میله های سوخت و توزیع دمای سیال تک فاز اطراف دیواره $\Delta T_{SUB,d}$ بدست می آید. با فرض اینکه شتاب حباب نیز نیروی شناوری حباب ناچیز باشد، در حالت تعادل باید جمع نیروهای درک و کشش سطحی صفر باشد و به این ترتیب فاصله نوک حباب تا دیواره (y_B) که متناسب با شعاع حباب است از رابطه زیر بدست می آید.

$$y_B^+ = \frac{y_B u^* \rho_f}{\mu_f} = C \frac{(\sigma D_h \rho_f)^{1/2}}{\mu_f} \quad (33)$$

$$\left[1 + c' \left(\frac{\rho g (\rho_f - \rho_g) D_h}{\tau_w} \right)^{1/2} \right]$$

$$\text{که در آن } \tau_w = \frac{f(m/A)^2 V_f}{2} \text{ و } u^* = \frac{\tau_w}{\rho_f}, c' = 0.015$$

ضریب اصطکاک در جریان تک فاز است و با فرض $\frac{E}{D} = 10^{-4}$ از رابطه فیننگ بدست می آید. از طرفی دمای نوک حباب با استفاده از مدل لوی که بر مبنای فرض مساوی بودن و دمای اشباع مایع است و براساس توزیع سه مرحله ای درجه حرارت در جریان مغشوش (مدل مارتینلی) به صورت زیر بیان می شود.

روش حل عددی

معادلات پیوستگی (۴)، انرژی (۸) و منتم محوری (۱۷) تشکیل 3N معادله دیفرانسیلی مرتبه اول خطی را می‌دهند. معادله (۱۹) معرف K معادله جبری است. N تعداد کانالها و K تعداد ارتباط بین کانالها را نشان می‌دهد. این معادلات همراه با روابط تجربی مذکور در قسمت قبل حل می‌شوند. معادلات بقاء از نوع مقدار اولیه است و می‌توان آنها را از روش قدم به قدم حل کرد. انتالپی ورودی، فشار خروجی، افت فشار ورودی، دبی جرمی ورودی، جریان عرضی انحرافی در ورود به کانالها شرایط اولیه هستند. هر بار معادلات دیفرانسیلی را با استفاده از روش اویلر توسعه یافته در فاصله dz حل می‌کنیم. معادله (۱۹) شامل K معادله جبری است که باید بطور همزمان حل شوند. این معادلات با استفاده از روش گوس - جردن حل می‌شوند. در حل عددی قدمهای زیر برداشته می‌شود:

۱ - طول کانال به فواصل مساوی Δz تقسیم می‌شود.

۲ - در مقطع ($z = 0$) مقادیر دبی جرمی هر کانال m_i ، انتالپی هر کانال h_i و جریان عرضی انحرافی بین کانالهای مجاور w_{ij} معلوم است. همچنین با توجه به اینکه افت فشار در طول میله‌ها ناچیز است خواص ترمودینامیکی سیال در هر مرحله را بر مبنای فشار خروجی حساب می‌کنیم. برای این کار با استفاده از جداول خواص آب و بخار و داشتن فشار و انتالپی در مقطع z ، خواص ترمودینامیکی زیر را بدست می‌آوریم

$$V_i, T_i, S_i, \alpha_i, \mu_{fi}, x_i, \left(\frac{\partial v_i}{\partial p}\right)_p, \phi_i, u_i$$

۳ - با داشتن $m_i(z)$ و $S_i(z)$ ، مقادیر $C_{ij}(z)$ ، $w'_{ij}(z)$ از روابط (۲۱) و (۲۰) بدست می‌آید.

۴ - از رابطه (۴)، $\frac{dm_i}{dz}$ محاسبه می‌شود.

۵ - با محاسبه فلاکس حرارتی خروجی از هر میله (از اطلاعات ورودی است) و محاسبه $\frac{dh_i}{dz}(z)$ از رابطه (۸) بدست می‌آید.

۶ - با استفاده از معادله منتم محوری (۱۷)، $\frac{dp}{dz}(z)$ بدست می‌آید.

۷ - روش توسعه یافته اویلر به شرح زیر است:

$$\varphi(z+\Delta z) = \varphi(z) + \frac{\Delta z}{z} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial z}(z) + \frac{\partial \varphi}{\partial z}(z+\Delta z) \right] \quad (38)$$

φ می‌تواند m_i یا h_i یا p_i باشد. با استفاده از روش اویلر مقادیر $m_i(z + \Delta z)$ ، $h_i(z + \Delta z)$ و $p_i(z + \Delta z)$ بدست می‌آید. در رابطه فوق $\frac{\partial \varphi}{\partial z}(z + \Delta z)$ مجهول است و برای حل مسأله لازم است از روش سعی و خطا مسأله را حل کنیم. برای این کار ابتدا $\frac{\partial \varphi}{\partial z}(z + \Delta z)$ را برابر $\frac{\partial \varphi}{\partial z}(z)$ فرض می‌کنیم و مقادیر h_i ، m_i را در $(z + \Delta z)$ محاسبه می‌نماییم.

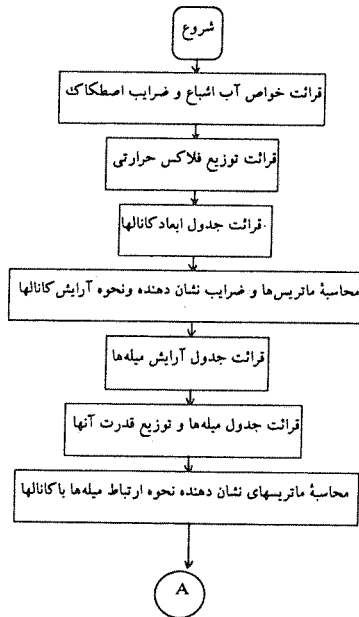
۸ - سپس خواص سیال را مطابق بند (۲) در $z + \Delta z$ حساب می‌کنیم و با استفاده از نتایج حاصل $w'_{ij}(z + \Delta z)$ و $C_{ij}(z + \Delta z)$ را مطابق بند (۳) به دست می‌آوریم. حال $\frac{\partial h_i}{\partial z}(z + \Delta z)$ را مطابق بند (۵) بدست می‌آوریم. و بالاخره مطابق بند (۶) $\frac{\partial p}{\partial z}(z + \Delta z)$ را بدون احتساب جریانهای عرضی انحرافی حساب می‌کنیم. سپس با استفاده از سیستم معادلات (۱۹) جریانهای عرضی انحرافی را بدست می‌آوریم. سیستم معادلات (۱۹) غیرخطی بوده و آنها را به صورت خطی حل می‌کنیم. به این ترتیب که هر بار مقادیر $|w_{ij}|$ را با استفاده از مقادیر قبلی دانسته فرضی می‌کنیم. حال $\frac{dm_i}{dz}(z + \Delta z)$ از رابطه (۴) بدست می‌آوریم. و مقدار جدید $\frac{dh_i}{dz}(z + \Delta z)$ را از رابطه (۸) بدست می‌آوریم.

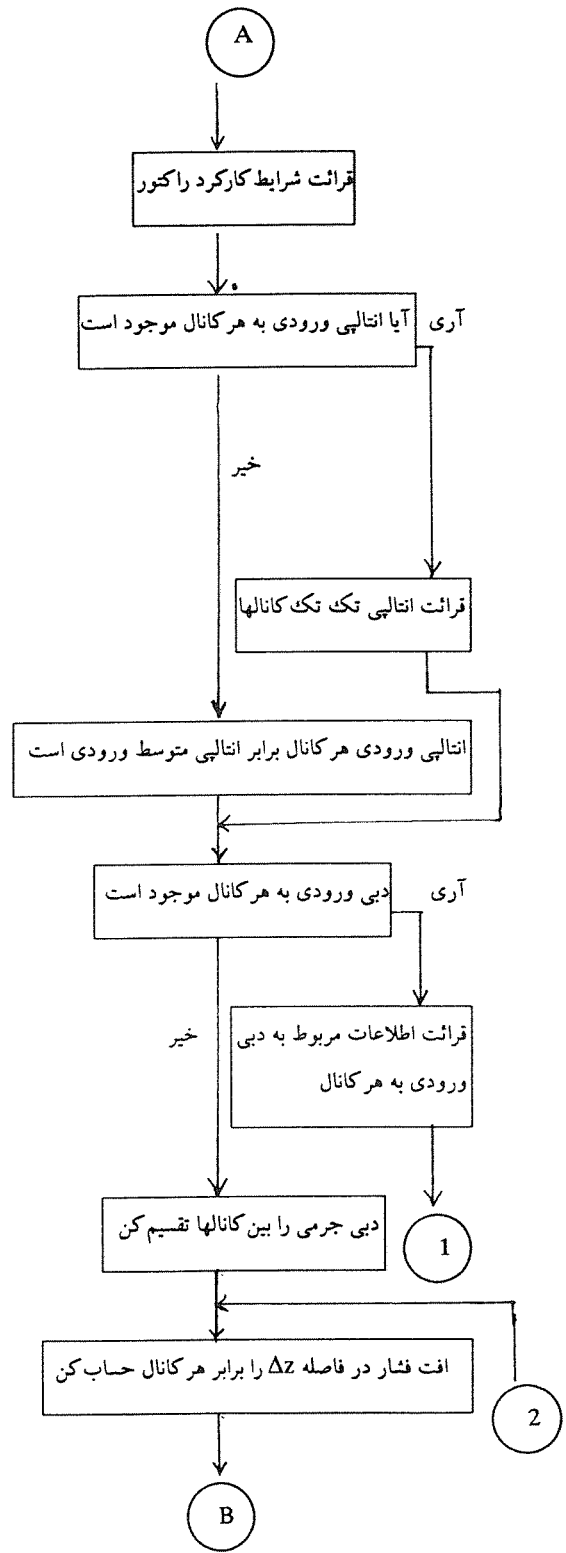
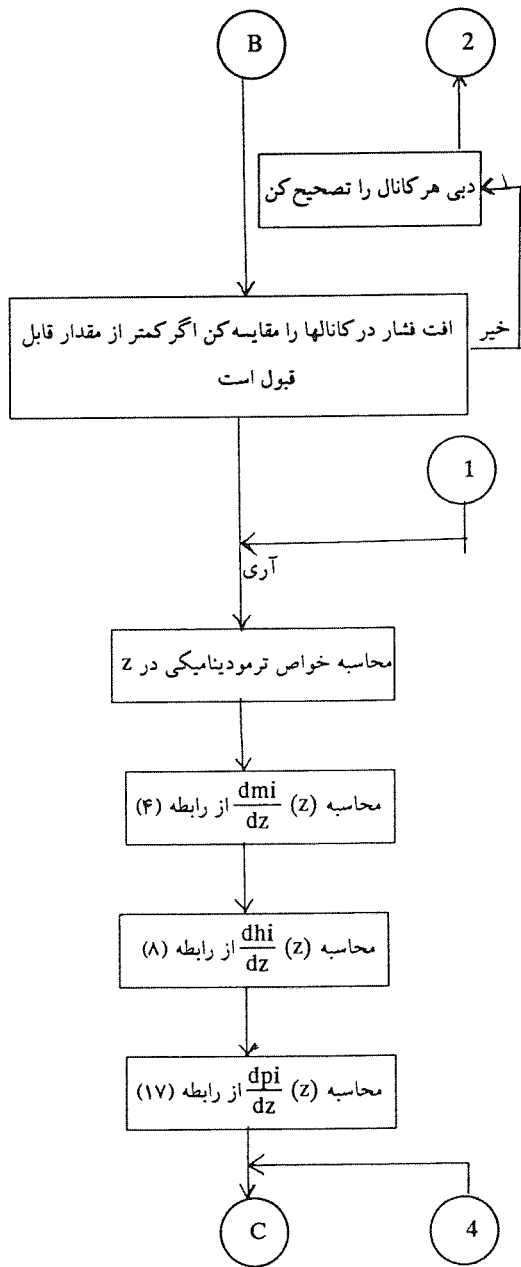
از روش اویلر توسعه یافته، رابطه (۳۸)، مقادیر جدید $h_i(z + \Delta z)$ و $m_i(z + \Delta z)$ را بدست می‌آوریم. اختلاف مقادیر $h_i(z + \Delta z)$ و نیز $m_i(z + \Delta z)$ بدست آمده در دو مرحله آخر را بدست آورده اگر از حد مورد نظر بیشتر بود بند ۸ را تکرار می‌کنیم. در نهایت $\frac{\partial p_i}{\partial z}(z + \Delta z)$ را با استفاده از معادله ۱۷ بدست می‌آوریم و از آنجا $P_i(z + \Delta z)$ را محاسبه می‌نماییم.

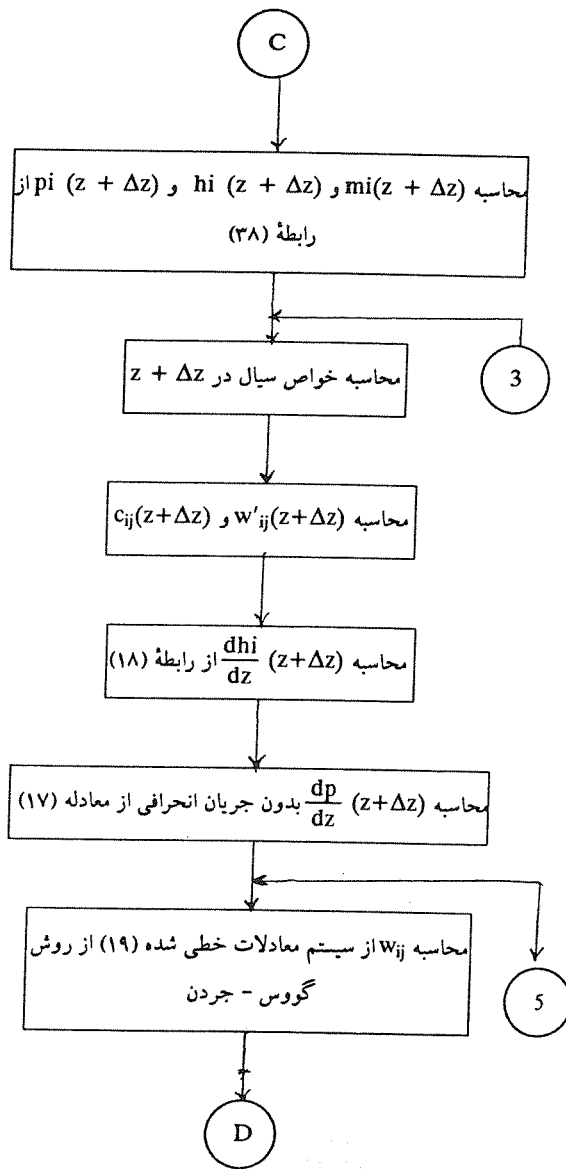
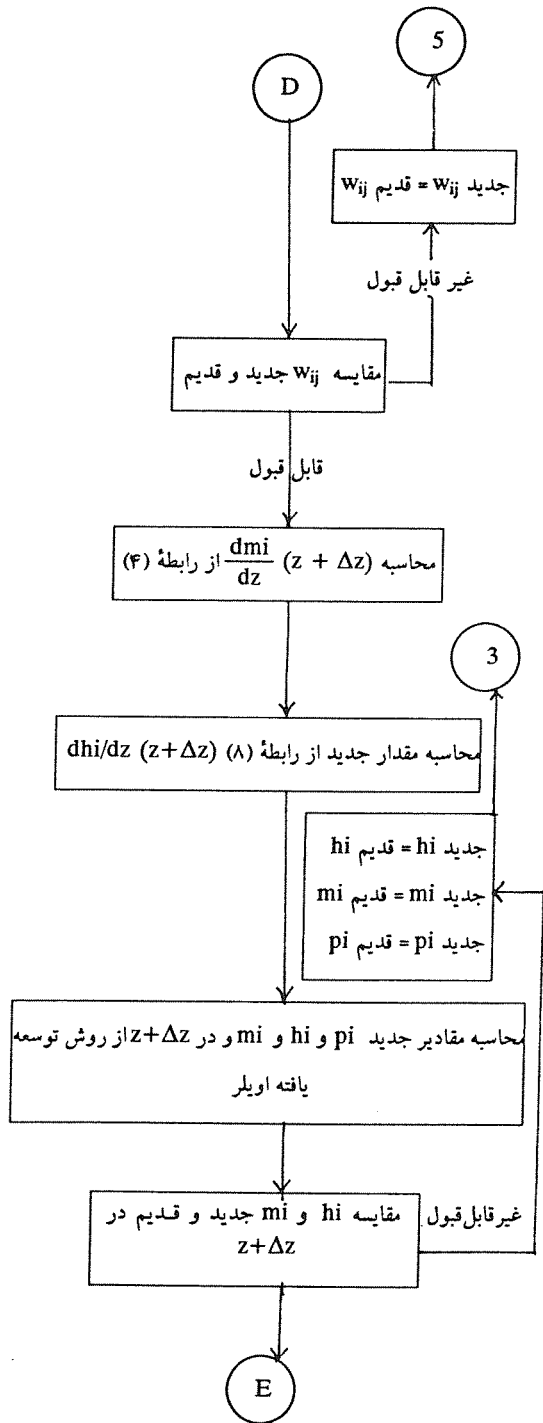
۱۰ - مقادیر حاصل از بندهای فوق را که در مقطع $(z + \Delta z)$ بدست آمد، به عنوان شرط اولیه برای محاسبات بعدی در نظر می‌گیریم و بندهای ۷ به بعد را تکرار می‌نماییم تا آنجا که $(z + \Delta z)$ برابر طول کانالها شود.

فلوچارت برنامه کامپیوتری

در زیر فلوچارت برنامه کامپیوتری ارائه شده است.







۳ - مقادیر ثابت شامل پارامتر اختلاط $\beta = 0.04$ ، مقاومت جریان فرضی انحرافی (fL) 0.001 ، ضریب تصحیح ممنتم جریان عرضی (fD) 1.0 و ضریب تصحیح ممنتم جریان عرضی اغتشاشات (fT) 1.0 .

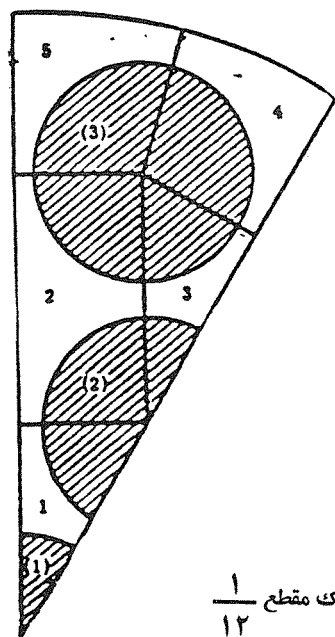
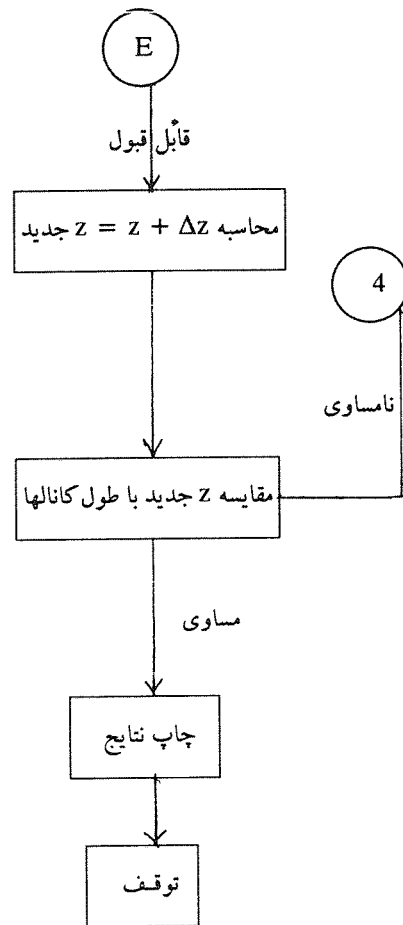
برای سادگی توزیع فلوی حرارتی محوری میله‌ها را یکنواخت فرض کرده، همچنین توزیع قدرت حرارتی نسبی میله‌ها یکسان در نظر گرفته شده است ($f_R = 1$ برای همه میله‌ها). جهت مقایسه اثر مدل‌های مختلف توصیه شده در این گزارش، مسأله در چهار حالت مختلف حل و نتایج حاصل با یکدیگر مقایسه شده است. فرضیات مترتب به هر یک از چهار حالت مذکور در زیر آورده شده است.

حالت اول - در این حالت با توجه به سه فرض زیر برنامه کامپیوتری اجرا شده است:

- ۱ - از انتقال حرارت تحت اشباع صرف نظر شده است.
 - ۲ - برای تعیین ضرایب α و φ از مدل آرماند استفاده شده است.
 - ۳ - ضریب اصطکاک تک‌فازی برای کلیه کانالها یکسان فرض شده است و اثر دمای دیواره در محاسبات منظور نشده است.
- حالت دوم - انتقال حرارت تحت اشباع با استفاده از مدل لوی در محاسبات منظور شده است. سایر فرضیات حالت اول به قوت خود باقی است.

حالت سوم - از مدل دوفازی همگن برای محاسبه α و φ استفاده شده است. سایر فرضیات حالت اول به قوت خود باقی است.

حالت چهارم - هیچیک از فرضیات حالت اول اعمال نشده است. به عبارت دیگر انتقال حرارت تحت اشباع با استفاده از

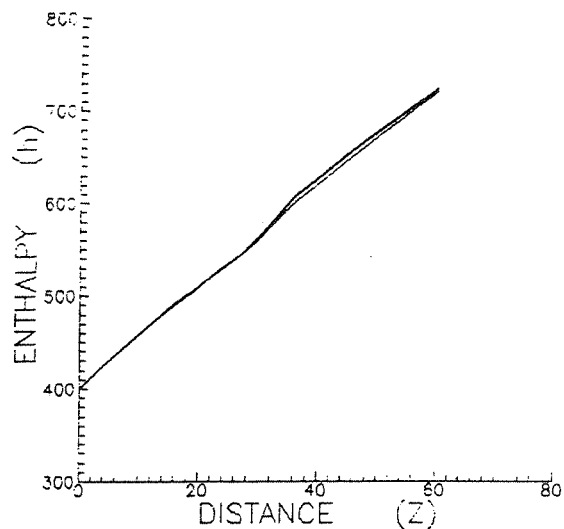


نتایج عددی

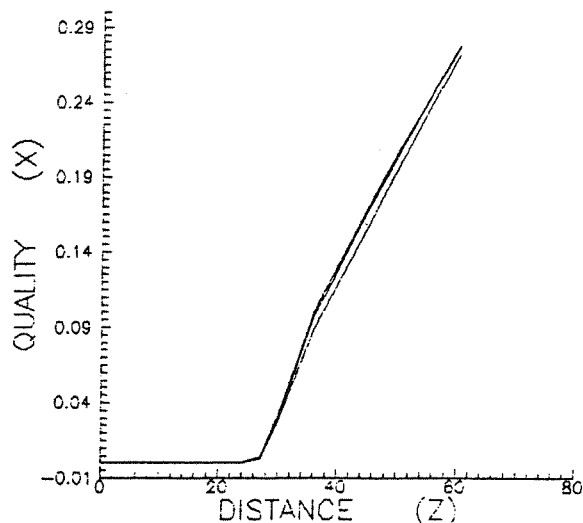
حال به نتایج حاصل از بررسی یک مسأله ساده به عنوان نمونه پرداخته می‌شود. در این مسأله یک مجموعه ۱۹ میله‌ای سوخت در نظر گرفته می‌شود. به علت تقارن $\frac{1}{19}$ این مجموعه مورد بررسی قرار می‌گیرد. شکل (۶) نشان دهنده $\frac{1}{19}$ مقطع قلب راکتور است. در این شکل مقطع سه میله سوخت، پنج کانال جریان و پنج مرز مشترک بین کانالها نشان داده شده است. اطلاعات ورودی مسأله به شرح زیر انتخاب شده‌اند:

- ۱ - ابعاد هندسی شامل طول کانال 60 in، قطر میله‌ها 0.563 in فضای خالی بین میله‌ها 0.08 in و فاصله میله مجاور دیواره تا دیواره 0.08 in،
- ۲ - شرایط کارکرد شامل فلاکس حرارتی $0.4 \times 10^6 \frac{\text{Btu}}{\text{hrft}^2}$ شدت دبی جرمی متوسط $16 \frac{\text{m}}{\text{hrft}^2} \times 10^6$ ، فشار سیستم 1000 psi و انتالپی ورودی $400 \frac{\text{Btu}}{\text{lbm}}$

با مقایسه درصد خطای حالات ۱ و ۳ می‌توان نتیجه گرفت که مدل دوفازی برای محاسبه α و φ خطای افت فشار را به مقدار قابل توجهی کاهش می‌دهد. بطور کلی مدل‌های سه گانه استفاده جمعاً می‌تواند بیش از ۱۱ درصد از خطای محاسبات بکاهد. شکل ۸ تغییرات انتالی سیال و شکل ۹ تغییرات کیفیت سیال در طول کانال ۱ را برای چهار حالت مختلف نمایش می‌دهد. همانطوریکه مشخص است انتالی در طول کانال تقریباً بطور خطی افزایش می‌یابد. علت این امر این است که فلوی حرارتی در

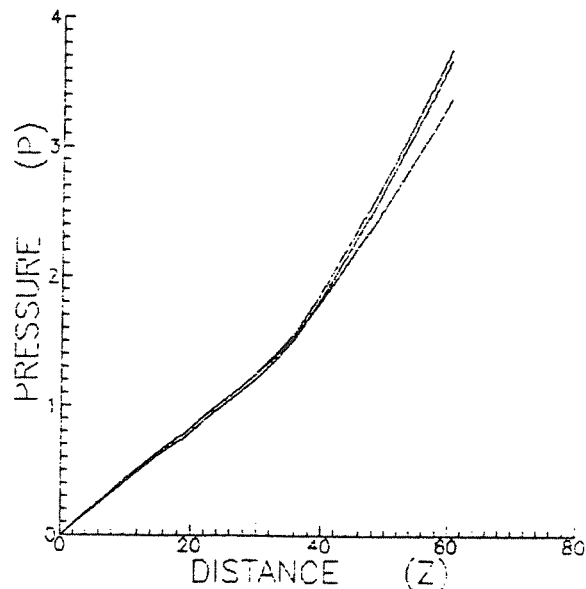


شکل ۸ - تغییرات انتالی در طول کانال ۱



شکل ۹ - تغییرات کیفیت در طول کانال ۱

مدل لوی در محاسبات منظور شده است، از مدل دوفازی همگن برای محاسبه α و φ استفاده گردیده است و ضریب اصطکاک تک فازی برحسب شکل کانال بطور جداگانه حساب شده است. در اینجا نتایج حاصل از اجرای چهار حالت فوق را در مورد سه پارامتر افت فشار در طول کانال، تغییرات انتالی سیال در طول کانال و تغییرات کیفیت در طول کانال به بحث می‌گذاریم. شکل ۷ افت فشار در طول کانال شماره ۱ برای چهار حالت نشان می‌دهد.



شکل ۷ - افت فشار در طول کانال شماره ۱

با توجه به اینکه سیال در ابتدای کانال تک‌فازی است چهار حالت فوق در Z های کوچک نتایج مشابهی را بدست می‌دهند. با افزایش Z تولید بخار در جریان زیاد شده و اختلافات ظاهر می‌گردد. جدول شماره (۱) افت فشارهای کلی در کانال ۱ در چهار حالت را مقایسه کرده و درصد اختلاف را نسبت به حالت چهارم که کاملترین حالت است نشان می‌دهد.

حالت	اختلاف فشارکل در کانال ۱	درصد اختلاف
۱	۳/۲۵۸	۱۱/۱
۲	۳/۳۷۰	۷/۹
۳	۳/۷۴۴	۲
۴	۳/۶۶۶	۰

جدول شماره ۱ - افت فشارکل در کانال ۱ در چهار حالت مختلف و مقایسه آنها

طول میله‌ها را خطی فرض کردیم (در حالت واقعی فلوی حرارتی شکلی شبیه سهمی دارد). مجدداً متذکر می‌شود اختلاف نتایج در چهار حالت عمدتاً در z های بزرگ یعنی وقتی جریان دوفازی می‌شود نمایان می‌گردد.

نتیجه‌گیری

در این مقاله جریان سیال در قلب یک راکتور هسته‌ای از طریق حل عددی جریان معادلات جریان و به کمک کامپیوتر شبیه‌سازی شد. با توجه به اینکه جریان در قلب راکتور یک جریان دوفازی و مغشوش، است حل جریان از طریق مدل کردن پروسه‌های انتقال حرارت دوفازی، اصطکاک بین سیال دوفازی و دیواره‌ها انجام پذیرفت. مدل‌های مورد استفاده مدل‌های شناخته شده و قابل قبولی می‌باشد. یک فرض عددی دیگر حل جریان در مدل کردن جریان‌های عرضی است. در این مقاله جریان طولی در امتداد میله‌های موقت در هر کانال یکنواخت فرض شده است ولی این جریان از یک کانال تا کانال دیگر متفاوت است. به عبارت دیگر مقطع جریان به بخش‌هایی تقسیم شده است و هر بخش به صورت یکنواخت در نظر گرفته

شده است. این فرض سبب می‌شود که معادلات جریان بسیار ساده شده و شبیه‌جریان بعدی حل شوند. البته جریان‌های عرضی ناشی از اختلاف فشار بین هر کانال و زوایا موجود در مسیر جریان و نیز ناشی از اغتشاشات جریان بطور جداگانه مدل شده و اثرات آنها در حل مسأله منظور شده است.

جوابهای حاصل از حل مسأله به روشهای فوق جوابهای بسیار معقولی است زیرا کلیه پارامترهای مهم در جریان سیال از قبیل جریان‌های عرضی، اثرات دوفازی بودن جریان در ضرب اصطکاک، خواص سیال و انتقال حرارت در حل مسأله منظور شده است و نتایج حاصل را می‌توان به عنوان تقریب مناسب برای طراحی اولیه قلب راکتور بکار برد. قدم بعدی برای بهبود بخشیدن به روش فوق حذف مدل‌های استفاده شده در جریان‌های عرضی و استفاده از معادلات کامل ممتنم در جهات عرضی است. البته این تغییر موجب پیچیده شدن شدید مسأله شده و نیاز به حل سیستم معادلات پاره‌ای غیرخطی جریان دارد. پیشنهاد دیگر برای بهبود روش پیشنهادی کار بر روی مدل‌های ارائه شده و تکمیل این مدل‌هاست.

منابع:

1. ROW, D.S; *Cross - Flow Mixing Between Parallel Flow Channals During Boiling (COBRA-I)*, 1st Ed., Battel Memorial Institute, 1976.
2. ROW, D.S; *A Digital Computer Program for Thermal - Hydraulic Subchannels Analysis of Rod Bundle Nuclear Fuel Elements (COBRA-II)*, 1st Ed., 1970.
- 3 - FERZIGER, JOEL H; *Numerical Methods for Engineering Application*, 1st Ed., John Wiley & Sons., New York, 1981.
- 4 - COLLIER, JOHN G; *Convective Boiling and Condensation*, 1st. Ed., McGraw - Hill Book Co., London, 1972.
- 5 - EL - WAKIL, M.M; *Nuclear Heat Transport*, 1st. Ed., International Text Book Co., New York, 1971.
- 6 - EL - WAKIL, M.M; *Nuclear Energy Conversion*, 1st.Ed., International Text Book Co., New York, 1971.
- 7 - LAMARSH, JOHN R; *Introduction to Nuclear Engineering*, 1st. Ed., McGraw - Hill Book Co., New York, 1974.
- 8 - TONG, L. S.& WELSMAN, J; *Thermal Analysis of Pressurized Water Reactors*, 1st . Ed., 1970.
- 9 - اصغر اسماعیلی، شبیه‌سازی کامپیوتری پروسه‌های انتقال در قلب یک راکتور هسته‌ای، پایان‌نامه تر کارشناسی ارشد، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، ۱۳۶۷.